

سوال (۱)

$$f(x) = 1 - \frac{a}{x} \quad [1, 3] \quad f(3) = 1 - \frac{a}{3} = \frac{3-a}{3} \quad f(1) = 1 - a \rightarrow \text{آهنگ متوسط تغییر} = \frac{\frac{3-a}{3} - 1 + a}{3} = \frac{\frac{3-a-3+3a}{3}}{3} = \frac{2a}{9} = \frac{a}{\frac{9}{2}}$$

$$f(x) = \frac{a}{x^2} \rightarrow \text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3^2} \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

سوال (۲)

$$y = 2ax^2 - 5x + 18a \rightarrow 2ax^2 - 5x + 18a = x \rightarrow 2ax^2 - 4x + 18a = 0 \rightarrow \frac{ax = \frac{5}{2}}{3x - 4x + 18a = 0} \rightarrow 3x - 18a = 0 \rightarrow x = 6a$$

$$y' = fax - 5 \rightarrow fax - 5 = 1 \rightarrow fax = 4 \rightarrow ax = \frac{4}{f} \quad x = 6a \rightarrow 4a^2 = \frac{4}{f} \rightarrow a^2 = \frac{1}{f} \rightarrow a = \pm\frac{1}{\sqrt{f}}$$

سوال (۳)

$$y = x^3 - 12x^2 + 2 \quad y' = 3x^2 - 24x$$

x	-∞	-2	2	+∞
f'		+	-	+
f	-∞	↘	↗	↘
		18	-14	

مینیمم نسبی = (2, -14)

سوال (۴)

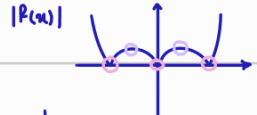
$$y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4 \rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4 \rightarrow y' = 3x^2 + 2ax - 2b \rightarrow y' = 3x^2 + 4x$$

x	-∞	-2	0	+∞
f'		+	-	+
f	-∞	↘	↗	↘

السترم نسبی = (-2, 0), (0, -4)
فاصله = $\sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$


$$x = -2 \rightarrow 3x^2 - 2a - 2b = 0 \rightarrow 12 - 2a - 2b = 0 \rightarrow a + b = 6$$

سوال (۵)

$$f(x) = x^2 - 5|x|$$


max نسبی = m = 2
min نسبی = n = 3
 $\frac{n}{m} = \frac{3}{2}$

سوال (۶)

$$f(x) = x|x| + 3x$$



یک نقطه بحرانی دارد

سوال (۷)

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a| \quad 0 < x < a \rightarrow f(x) = \sqrt[3]{x^2} (a-x) \rightarrow f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} (a-x) - \sqrt[3]{x^2} = 0 \rightarrow \frac{2}{3} (a-x) = x \rightarrow x = \frac{2}{5}a$$

$$f\left(\frac{2a}{5}\right) = 115 \rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \times \frac{3a}{5} = \frac{3}{5} \rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{27} \rightarrow a^2 = \frac{125 \times 25}{4 \times 27} \rightarrow a = \frac{25}{2}$$

سوال (۸)

$$f(x) = \sqrt{x|x|} - x$$


m=1, n=0, k=2
 $\frac{km+n}{k-n} = \frac{2 \times 1 + 0}{2 - 0} = 1$

سوال (۹)

$$y = \frac{mx+2}{x-1+m} \rightarrow y' = \frac{m(x-1+m) - (mx+2)}{(x-1+m)^2} = \frac{mx - m + m^2 - mx - 2}{(x-1+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x-1+m)^2}$$

نزولی $m^2 - m - 2 < 0 \rightarrow \frac{-1-2}{1-1+4} = \frac{-3}{4} \rightarrow m \in [-1, 2] \rightarrow m = -1, 0, 1$

سوال (۱۰)

$$f(x) = \frac{x}{1-x|x|}$$

$x > 0 \rightarrow f'(x) = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \rightarrow x = \pm 1 \quad x > 0 \rightarrow x = 1$
 $x < 0 \rightarrow f'(x) = \frac{-x^2+1}{(1+x^2)^2} \rightarrow x = \pm 1 \quad x < 0 \rightarrow x = -1$

سوال (۱۰) نقایح $f(x)$ صغریا تعریف نشده می شود باید برآیند بگیریم.
این دو نقطه $f(x)$ را یا صغریا تعریف نشده می باشد اما نقطه ای بحرانی باید عنقردامند باشد.
چون $x=1$ عنقردامند نیست پس نقطه $x=-1$ نقطه ای بحرانی است = یک نقطه ای بحرانی دارد.

