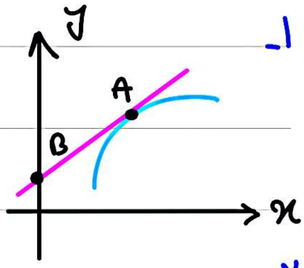
سارینا عابدینی

۱ـ



$A(۳,۵)\ ,\ B(۰,۱) \longrightarrow \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \dfrac{۵-۱}{۳-۰} = \dfrac{۴}{۳} \qquad f'(۳) = \dfrac{۳}{۴}$

۲ـ

$f'(۵) = \dfrac{۲-۱}{۲+۱} = \dfrac{۱}{۳} \longrightarrow y-۱ = \dfrac{۱}{۳}(x+۱) \longrightarrow y = \dfrac{۱}{۳}x + \dfrac{۴}{۳}$

$\sqrt{ax-۱} = \dfrac{۱}{۳}x + \dfrac{۴}{۳} \rightarrow ۳\sqrt{ax-۱} = x+۴ \rightarrow ۹(ax-۱) = x^۲ + ۸x + ۱۶ \rightarrow x^۲ + (۸-۹a)x + ۲۵ = ۰$

$(۸-۹a)^۲ - ۱۰۰ = ۰ \rightarrow ۸-۹a = ۱۰ \rightarrow a = -\dfrac{۲}{۹}$ غ ق ق

$\quad \llcorner \rightarrow ۸-۹a = -۱۰ \rightarrow a = ۲ \xrightarrow{a=۲} f(x) = \sqrt{۲x-۱} \rightarrow f(۵) = \sqrt{۹} = ۳$

۳ـ

$۴y - ۳x = n \rightarrow y = \dfrac{۳}{۴}x + \dfrac{n}{۴} \xrightarrow{f'(x)=\frac{۳}{۴}} \dfrac{(۲x+m)(x+۳) - (x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} = \dfrac{۳}{۴} \xrightarrow{x=۱} ۴m+۸-۲-m = ۱۲$

$\downarrow$

$m = ۲$

$f(۱) = \dfrac{x^۲+۲x+۱}{x+۳} = \dfrac{۴}{۴} = ۱ \longrightarrow (۱,۱)$

$۴y - ۳x = n \xrightarrow{x=۱} ۴-۳ = n \longrightarrow n = ۱$

$m + n = ۲$

۴ـ

$f(x) = \dfrac{\cancel{(۳-\sin x)}(۹+\sin^۲x+۳\sin x)}{\cancel{(۳-\sin x)}(۳+\sin x)} \rightarrow f'(x) = \dfrac{(۲\sin x \times \cos x + ۳\cos x)(۳+\sin x) - (\sin^۲ x + ۹ + ۳\sin x)(\cos x)}{(۳+\sin x)^۲}$

$g'(x) = \dfrac{-۳\cos x}{(۳+\sin x)^۲} \longrightarrow ۳g'(\dfrac{۵\pi}{۴}) = \dfrac{-۱۸}{(۶-\sqrt{۲})^۲} \quad ,\quad f'(\dfrac{۵\pi}{۴}) = \dfrac{-۱۸}{(۶-\sqrt{۲})^۲}$

$۳g'(\dfrac{۵\pi}{۴}) - f'(\dfrac{۵\pi}{۴}) = ۰$

سارینا عابدینی

۵ـ

$$g'(\sqrt[۵]{۳})\,f'(g\sqrt[۵]{۳}) = (fog)'(\sqrt[۵]{۳})$$

$$g(x) \xrightarrow{x>0} \frac{1}{۲x^{۵}}$$

$$f(x) \xrightarrow{x>0} \frac{-1}{\sqrt[۵]{۲x}}$$

$$fog = \frac{-1}{\sqrt[۵]{۲\left(\frac{1}{۲x^{۵}}\right)}} = -x$$

$$fog(x) = -x \longrightarrow (fog)'(x) = -1 \longrightarrow (fog)'(\sqrt[۵]{۳}) = -1$$

۶ـ

$$f(x) = xg(x)+1 \longrightarrow g(x) = \frac{f(x)-1}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} = \frac{f(x)-1}{x} = \frac{f(x)-f(0)}{x} = f'(0) = -۴$$

$$f'(x) = ۲\left(\frac{\cos x(\sin x+1) - (\sin x-1)\cos x}{(\sin x+1)^{۲}}\right)\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right) \xrightarrow{x=0} f'(0) = -۴$$

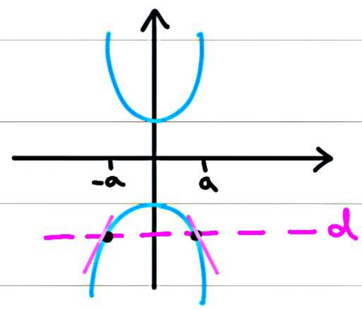
۷ـ

$$f(x) = -x^{۲}-1 \text{ و } f'(x) = -۲x \longrightarrow f'(a) = -۲a \text{ و } f'(-a) = ۲a$$

$$f'(a)f'(-a) = -1 \longrightarrow (-۲a)(۲a) = -۴a^{۲} = -1$$

$$۴a^{۲} = 1$$

$$a = \pm\frac{1}{۲}$$



$$f(a) = -a^{۲}-1 = -\frac{۵}{۴} \longrightarrow \frac{۵}{۴}$$: فاصله

معادله خط d

$$y = -\frac{۵}{۴}$$

سارینا عابدینی

۸-

$$f(x)=2\sqrt{x}\,(4x^2+3)=8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}=ax$$
$$f'(x)=20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}}=a$$

$$8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}=(20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}})\,x$$
$$\downarrow$$
$$3\sqrt{x}\,(4x^2-1)=0 \begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$a=20\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}+3\left(\tfrac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}=8\sqrt{2}$$

۹-

$$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1}=ax \xrightarrow{\sqrt{x}=t} \frac{t}{-2t^4+t^2+1}=at^2$$

$$-2at^5+at^3+at-1=0 \xrightarrow{\text{مشتق}} 10at^4+3at^2+a=0 \rightarrow a(-10t^4+3t^2+1)=0 \begin{cases} t^2=\frac{1}{2} \\ t^2=-\frac{1}{5} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$f\left(\tfrac{1}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

۱۰-

$$(f\circ g)'=f'(g(x))\,g'(x)$$

$$g(x)=(x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \longrightarrow g\left(\tfrac{\sqrt{5}}{2}^-\right)=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^-}=2^+$$

$$g'(x)=-\tfrac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}(2x) \longrightarrow g'\left(\tfrac{\sqrt{5}}{2}\right)=-4\sqrt{5}$$

$$f(2^+)=8x^3 \rightarrow f'(2^+)=24x^2=96$$

$$f'(g(x))\,g'(x) \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{5}}{2}^-} 96\times(-4\sqrt{5})=8(-48\sqrt{5})$$

هشت برابر