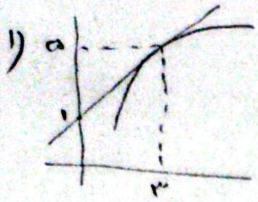
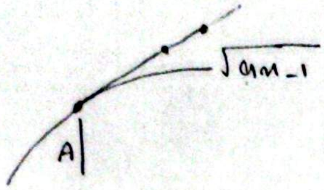
حدیث متین پور — تکلیف ۲۴ — دوازدهم تجربی 3

۱۲/۷۵

۱)


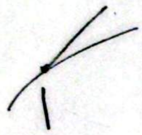
$m = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$ $\quad f'(3) = \frac{4}{3}$ دقت! ✓ ۲

۲)


$\sqrt{ax-1}$ $\quad \begin{vmatrix}2\\2\end{vmatrix} \begin{vmatrix}-1\\1\end{vmatrix}$ $\quad m = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{x+4}{3} = \sqrt{ax-1}$

$f(a) = \sqrt{a a - 1}$ $\quad \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{a}{2\left(\frac{x+4}{3}\right)} = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{3a}{2x+8} = \frac{1}{3}$ $\quad a = \frac{2x+8}{9}$

$\sqrt{5\left(\frac{2x+8}{9}\right)-1} = \sqrt{9} = 3$ ✓ ۲

۳) $y = \frac{3x+8}{4}$


$\frac{x^2+mx+1}{x+2} \longrightarrow \frac{(2x+m)(x+2)-(x^2+mx+1)}{(x+2)^2} \longrightarrow \frac{8+4m-2-m}{16} = \frac{3}{4}$ ۱/۷۵

$f(1) = \frac{x^2+2x+1}{x+1} = 2$ $\quad \frac{2+n}{4} = 2$ $\quad n = 5$ $\quad \frac{3m+6}{16} = \frac{3}{4}$ $\quad m = 2$

$m + n = 5 + 2 = 7$ ✓

۴) $f(x) = \frac{27\sin^3 x}{9-\sin^2 x} = \frac{(3-\sin x)(9+\sin^2 x+3\sin x)}{(3+\sin x)(3-\sin x)}$ $\quad f'(x) = \frac{2\sin x(+\cos x)+3}{\cos x} = \frac{2\times -\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}+3}{\frac{1}{2}}$

$\sin\frac{5\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$g(x) = \frac{3}{3+\sin x}$ ۱/۵ $\quad g'(x) = \frac{-\cos(x)}{(3+\sin x)^2} = \frac{-3\times\frac{1}{2}}{\left(3-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

۵) $(f\circ g)' = ?$ $\quad f\circ g = -\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{2x^5}}} = -\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^5}}} = -\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{3}$ ۱/۵

$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$ $\quad g(x) = \frac{1}{2x^5}$

۶) $f(x) = xg(x)+1 \longrightarrow f(x) = \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin}\right)^2 - xg(x)+1$

$\lim_{x\to 0} g(x) = \frac{\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin}\right)^2-1}{x} \xrightarrow{\text{هوپ}} 2\left(\frac{-1+\sin}{1+\sin}\right)\left(\frac{\cos(1+\sin)-(\cos)(-1+\sin)}{(1+\sin)^2}\right)$ ✓ ۲

$-2\times 2 = -4$

۷) $y = x^2+1 \xrightarrow{\text{قرینه}} -x^2-1$ $\quad f'(a).f'(-a)$

$-\frac{1}{4}-1 = -\frac{5}{4}$ ✓ $\quad -2a\times 2a = -4a^2$ $\quad a = \pm\frac{1}{2}$

۲

۳

$x=1 \rightarrow y = \frac{۲+m}{۴}$

$y' = \frac{(۲x+m)(x+۳) - (x^۲+mx+1)}{(x+۳)^۲} = \frac{۳m+۹}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \rightsquigarrow m=۲$

$y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴} \rightsquigarrow \frac{۳+n}{۴} = \frac{۲+۲}{۴} \rightsquigarrow n=1$

$m+n=۳$

۴

$۳g - f(x) = \frac{۹}{۳+\sin x} - \frac{(۳-\sin x)(۹+\sin^۲ x+۳\sin x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)} = \frac{-\sin x(\sin x+۳)}{\sin x+۳}$

یا $-\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} (۳g-f)'(x) = -\cos x \rightsquigarrow -\cos(\frac{۴\pi}{۳}) = -\frac{1}{۲}$

۵

$g'(x) \times f'(g(x)) = (fog)'(x)$

$x>0 \rightarrow g(x) = \frac{1}{۲x^۵} \rightarrow f(x) = \frac{-1}{\sqrt[۵]{۲x}} \rightsquigarrow fog(x) = \frac{-1}{\sqrt[۵]{۲(\frac{1}{۲x^۵})}}$

$fog(x) = -x \rightarrow fog'(x) = -1 \rightsquigarrow fog'(\sqrt[۵]{۲}) = 1$

۸

$f(x) = ۸x^{\frac{۵}{۲}} + ۶x^{\frac{1}{۲}} \rightarrow f'(x) = ۲۰x^{\frac{۳}{۲}} + ۳x^{-\frac{1}{۲}}$

معادله خط مماس در نقطه $x=a$ برابر است با:

$y - ۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(x-a)$

$x,y=0 \rightsquigarrow -۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(-a) \rightsquigarrow ۲a(۴a^۲+۳) = ۲۰a^۲+۳\,(a)$

$۸a^۲+۶ = ۲۰a^۲+۳ \rightarrow ۱۲a^۲ = ۳ \rightarrow a = \pm\frac{1}{۲} \rightsquigarrow a>0 \rightsquigarrow a = \frac{1}{۲}$

$m = ۲۰(۲^{-1\times\frac{۳}{۲}}) + ۳(۲^{-1(-\frac{1}{۲})}) = ۸\sqrt{۲}$

۹

$y = mx \rightarrow \dfrac{\sqrt{a}}{-۲a^۲+a+۱} = ma \rightarrow \dfrac{۱}{-۲a^۲+a+۱} = m\sqrt{a}$

$m\sqrt{a}(-۲a^۲+a+۱) = ۱ \rightarrow -۲m(a^{\frac{۵}{۲}}) + m(a^{\frac{۳}{۲}}) + m(a)^{\frac{۱}{۲}} = ۱ \xrightarrow{\text{مشتق}}$

$-۵m(a^{\frac{۳}{۲}}) + \frac{۳}{۲}m(a^{\frac{۱}{۲}}) + \frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}}) = ۰$

$\frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}})(-۱۰a^۲ + ۳a + ۱) = ۰ \rightarrow a = -\frac{۱}{۵}$ یا $a = \frac{۱}{۲}$ $(a>۰)$

$f(a) = \dfrac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{-۲(\frac{۱}{۴}) + \frac{۱}{۲} + ۱} = \dfrac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۰

$g(x) = (x^۲-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \rightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^۲-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$

$g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})(\frac{۵}{۴}-۱)^{-\frac{۳}{۲}} \rightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}(۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}) \; ۸ = -۴\sqrt{۵}$

$g(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-) = \dfrac{۱}{\sqrt{\frac{۵}{۴}^- - ۱}} = \dfrac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^-}} = \dfrac{۱}{\frac{۱}{۲}^-} = ۲^+$

$f'(۲^+) = ((۲x)^۳)' = ۲۴x^۲ = ۲۴ \times ۴$

$fog'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-) = -۴\sqrt{۵} \times ۲۴ \times ۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \dfrac{۲۴ \times ۴ \times -۴\sqrt{۵}}{-۴۸\sqrt{۵}} = ۸$