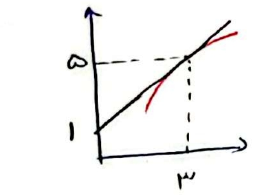
نام و نام خانوادگی ....مریم معصومی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۴... کلاس ...دوازدهم ریاضی....

۱

$f'(3) = ?$

نقطه (۳,۵) و (۰,۱) با توجه به نمودار در تابع f صدق می‌کند پس می‌توانیم شیب خط مماس بر f را پیدا کنیم یعنی $f'(x)$



$$m = \frac{5-1}{3-0} = \boxed{\frac{4}{3}} \rightarrow$$

$$f'(3) = \frac{4}{3}$$

۲

$f(x) = \sqrt{ax-1}$ $\quad (-1,1)\quad (2,2)\quad f(5) = ?$

ابتدا معادله خطی که از دو نقطه می‌گذرد را بدست می‌آوریم $\frac{2-1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \leftarrow y-1 = \frac{1}{3}(x+1)$

$y = \frac{x+4}{3}$ چون این خط بر f مماس است پس نقطه تماس آنها ریشه مضاعف دارد

$$\boxed{f(5) = \sqrt{2x-1} = \sqrt{9} = 3}$$

زیر رادیکال به ازای f(5) منفی میشه غ ق ق

$$\sqrt{ax-1} = \frac{x+4}{3} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ax-1 = \frac{(x+4)^2}{9} \rightarrow 9ax-9 = x^2+8x+16$$

$$x^2+(8-9a)x+25=0 \xrightarrow{\Delta=0} (8-9a)^2 = 4\times 25 \rightarrow 8-9a=10 \rightarrow 9a=-2 \rightarrow a=-\frac{2}{9}$$

$$8-9a=-10 \rightarrow 9a=18 \rightarrow \boxed{a=2}$$

۳

چون مماس

$y = \frac{x^2+mx+1}{x+3} = f(x) \qquad y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4} \rightarrow g(x)$

(2) $f(1) = g(1)$

(1) $f'(1) = g'(1)$

$\frac{3}{4}x + \frac{n}{4}$

$x=1$

$$(1) \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{(2+m)4 - (2+m)}{(1+3)^2} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{\cancel{3}(2+m)}{\cancel{16}\,4} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \rightarrow 2+m=4 \quad m=2$$

$$(2) \rightarrow \frac{1+2+1}{1+3} = \frac{3}{4} + \frac{n}{4} \rightarrow \frac{4}{4} = \frac{3}{4} + \frac{n}{4} \rightarrow \boxed{n=1}$$

$$m+n = 2+1 = 3$$

۴

$$f(x) = \frac{27 - \sin^3 x}{9 - \sin^2 x} = \frac{\cancel{(3-\sin x)}(9+\sin^2 x+3\sin x)}{\cancel{(3-\sin x)}(3+\sin x)} = \frac{\sin^2 x+3\sin x+9}{3+\sin x}$$

$$3g'\left(\frac{5\pi}{3}\right) - f'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = (3g-f)'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{9}{3+\sin x} - \frac{\sin^2 x+3\sin x+9}{3+\sin x}$$

$$\frac{-\sin x(\cancel{\sin x+3})}{\cancel{3+\sin x}} = -\sin x \xrightarrow{\text{مشتق میگیریم}} -\cos x \rightarrow -\cos\frac{5\pi}{3} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

۵

$f(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}} \qquad g(x) = \frac{1}{x^5+|x^5|} \qquad g'(x)\cdot f'(g(\sqrt[5]{3})) = (fog)'(x)$

$$\xrightarrow{x>0} f(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{2x}} \qquad g(x) = \frac{1}{2x^5} \rightarrow fog(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{\cancel{2}\,\frac{1}{\cancel{2}x^5}}} = -x$$

$$(fog)'(x) = -1 \rightarrow (fog)'(\sqrt[5]{3}) = -1$$

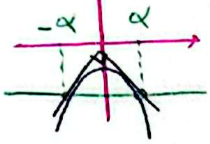
$$f(x)=\left(\frac{\sin x-1}{1+\sin x}\right)^2 \qquad g(x)=\frac{f(x)-1}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0}\frac{\left(\frac{\sin x-1}{1+\sin x}\right)^2-1}{x} \xrightarrow[\text{Hop}]{0/0} \lim_{x\to 0}\frac{2\left(\frac{\sin x-1}{1+\sin x}\right)^1\left(\frac{2\cos x}{(1+\sin x)^2}\right)}{1}$$

$$=2\left(\frac{0-1}{1+0}\right)\left(\frac{2}{(1+0)^2}\right)=-4$$ ۶

$$y=x^2+1 \xrightarrow[\text{طول ها}]{\text{قرینه به محور}} y=-x^2-1 \qquad f'(x)=-2x$$

$$f'(\alpha).f'(-\alpha)=-1 \rightarrow -2\alpha\times 2\alpha=-1 \rightarrow \alpha^2=\frac{1}{4} \rightarrow \alpha=\frac{1}{2}$$



در تابع قرار می دهیم $\left(\frac{1}{2},-\frac{5}{4}\right)$ یا $\left(-\frac{1}{2},-\frac{5}{4}\right)$ → فاصله از مبدا مختصات ۷

عرض خط d برابر عرض نقاط یعنی نقطه $-\frac{5}{4}$ است

پس فاصله‌ی خط d از مبدا مختصات برابر $\frac{5}{4}$ است.

$$f(x)=2\sqrt{x}\,(4x^2+3)$$

خط d ← $y=mx$ (مبداگذر است) $=g(x)$

① $f(x)=g(x)$

② $f'(x)=g'(x)$

① $2\sqrt{x}(4x^2+3)=mx$

$\rightarrow 8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}=mx$

② $f'(x)=20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}}=m=g'(x) \xrightarrow{\times x} 20x^{\frac{5}{2}}+3x^{\frac{1}{2}}$ ۸

①و② $8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}=20x^{\frac{5}{2}}+3x^{\frac{1}{2}} \rightarrow 12x^{\frac{5}{2}}=3x^{\frac{1}{2}} \rightarrow 4x^{\frac{5}{2}}-x^{\frac{1}{2}}=0$

$\sqrt{x}(4x^2-1)=0 \ \left\langle \begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\frac{1}{2}\end{array}\right.$

با توجه به دامنه تابع و مشتق $x\neq 0$ و $x\neq -\frac{1}{2}$ پس $x=\frac{1}{2}$

$\rightarrow 20\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}+3\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}=20\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

$$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1} \xrightarrow{\sqrt{x}=t} \frac{t}{-2t^4+t^2+1}=at^2$$

خط d مبداگذر ← $y=ax$

چون d و f در نقطه A مماس هستند

شیب آنها در این نقطه برابر است و عرض آنها در A یکسان است

$-2at^5+at^3+at-1=0$

مشتق می گیریم $\quad -10at^4+3at^2+a=0 \qquad -a(10t^4-3t^2-1)=0$ ۹

$-a(t^4-3t^2-10)=0 \ \left\langle \begin{array}{l} t^2=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad t^2=x \rightarrow x=\frac{1}{2} \\ t^2=\frac{-2}{10} \rightarrow \text{غ ق ق}\end{array}\right.$

$(t^2-5)(t^2+2)$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-2}{4}+\frac{1}{2}+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(x)=(x[x])^3 \qquad g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \qquad (fog)'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right).f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)$$

$g(x)=(x^2-1)^{-\frac{1}{2}}$ مشتق می گیریم $\quad g'(x)=-\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}\times 2x \rightarrow g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}\times\sqrt{5}=-4\sqrt{5}$

$x\rightarrow\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^- \rightarrow g(x)=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^-}}=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^-}=2^+$ باید از تابع f به ازای $x\rightarrow 2^+$ مشتق بگیریم ۱۰

$x\rightarrow 2^+ = [2^+]=2 \rightarrow f(x)=(2x)^3=8x^3 \rightarrow f'(x)=24x^2 \rightarrow f'(2^+)=24\times 4$

$f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)\times g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=24\times 4\times(-4\sqrt{5})=8(-48\sqrt{5})$ ۸برابر