بیرا بختیاروند ۱۷/۵

(۱)

$g'(\frac{\pi}{4}) = [2\tan\frac{\pi}{4}(1+\tan^2\frac{\pi}{4}) - \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}]\, f'(2)$

$= 3f'(2) = \sqrt{3} \Rightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ۲

(۲)

$f - 2g(x) = -\cos^2 x$

$\Rightarrow (f-2g)'(x) = +2\cos x \sin x = \sin 2x$

$(f-2g)'(\frac{7\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۱/۵

(۳)

$f'_+(\frac{3}{4}) = 2\sqrt{3a}$

$f'_-(\frac{3}{4}) = -2\sqrt{3a}$

$f'_+(\frac{3}{4}) - f'_-(\frac{3}{4}) = 4\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$ ۲

$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$

(۴)

$f'(4) = -4a+2$

$f'(4) = -a$ ۲

$-5a+2 = -1$

$\Rightarrow a = \frac{3}{5}$

$f'(4) = -\frac{3}{5}$

(۵)

$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7}$

$\Rightarrow 3x^2 + (16-7a)x + 12 = 0$ ۲

$\Delta = 0$

$b^2 - 144 = 0 \Rightarrow b = \pm 12$

$16 - 7a = -12 \Rightarrow a = 4$

(۶)

$f(2) = 8 + 2a - b = 0 \Rightarrow b = -16$

$f'(2) = 3(2)^2 + a = 0$ ۲

$\Rightarrow a = -12$

$b - a = -16 + 12 = -4$

(۷)

$f'(x) = n\sin^{n-1}(x^2) \cdot 2x \cdot \cos(x^2)$

۰

$\frac{n \times x^{2n} \times x^{2n-2} \times}{1 - m\cos x}$

(۸)

$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 2 \Rightarrow x = 9$

$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)^2}$ ۲

$f'(9) = -\frac{1}{12}$

$\Rightarrow (f^{-1})'(2) = -12$

(۹)

$\frac{f(0) - f(-1)}{0+1} = 1 + 8a - 8 = -11$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ۲

$f'(-1) = 3(1+1)^2 \times 2 \times (-\frac{1}{2}+1) + -\frac{1}{2} \times (1+1)^4 = 8$

(۱۰)

$\frac{1 \wedge (-1) - 0}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}} = \frac{-1}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}}$ ۲

$\frac{1 - 0}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}}$ ۱- برابر

$$\cos x(\cos x - ۲)$$

$$f - ۲g\left(\frac{۷\pi}{۴}\right) = \frac{(۲+\cancel{\cos x})(\cos^۲ x - ۲\cos x + ۴)}{(۲-\cos x)(۲+\cancel{\cos x})} - \frac{۴}{۲-\cos x} = \frac{\cos^۲ x - ۲\cos x}{۲-\cancel{\cos x}} = -\cos x$$ ۲

$$(f-۲g)' = -(\cos x)' = +\sin x \longrightarrow \sin\left(\frac{۷\pi}{۴}\right) = -\frac{۱}{۲}$$

۷

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sin^n(x^۲) \times ۲x\sin^{n-۱}(x^۲) \times \cos x^۲}{\left(۲\sin^۲\frac{x}{۲}\right)^m} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to ۰} \frac{(x^۲)^n \times n \times (x^۲)^{n-۱} \times ۲x}{\left(۲\left(\frac{x}{۲}\right)^۲\right)^m} = \frac{(x)^{۲n+۲n-۲+۱} \times ۲n}{(x)^{۲m} \times \frac{۱}{۲}}$$

$$= \frac{۲nx^{۴n-۱}}{\frac{۱}{۲^m} \times x^{۲m}} = ۲^{m+۱} \times n \times x^{۴n-۲m-۱} \to ۴n-۲m-۱=۰ \longrightarrow n = \frac{۲m+۱}{۴}$$

$$\to ۲^{m+۱} \times \frac{۲m+۱}{۴} = ۳۲\sqrt{۲} \longrightarrow m = \frac{۷}{۲},\ n = ۲ \to ۲m+n=۹$$