سارینا عابدینی

آفرین ۱۹٫۵

۱-

$g(\frac{\pi}{4}) = f(1+1) = f(2)$

$g'(x) = (\frac{2\tan x}{\cos^2 x} - \sqrt{2}\sin x) f'(x)$

$g'(\frac{\pi}{4}) = 3f'(2) = \sqrt{3} \rightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓ ۲

۲-

$f(x) = \frac{\cancel{(2-\cos x)}(\cos^2 x - 2\cos x + 4)}{(2-\cos x)\cancel{(2-\cos x)}} = \frac{\cos^2 x - 2\cos x + 4}{2-\cos x}$

$f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6}) = (f-2g)'(\frac{7\pi}{6}) = \left(\frac{\cos^2 x \cancel{-2\cos x}}{\cancel{2-\cos x}}\right)'$

$-\cos x$

$\sin x$

$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ ✓ ۲

۳-

$x > \frac{3}{4} \rightarrow f'(x) = 4\sqrt{ax} + \frac{4ax - 3a}{2\sqrt{ax}} \xrightarrow{x=\frac{3}{4}} 2\sqrt{3a}$

$x < \frac{3}{4} \rightarrow f'(x) = -4\sqrt{ax} + \frac{-4ax + 3a}{2\sqrt{ax}} \xrightarrow{x=\frac{3}{4}} -2\sqrt{3a}$

$2\sqrt{3a} - (-2\sqrt{3a}) = 4\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$

$a = \frac{1}{2}$ ✓ ۲

سارینا عابدینی

۴-

$$\left.\begin{array}{l} f'(4) = -a \\ f(4) = -4a+2 \end{array}\right\} -a-4a+2=-1 \longrightarrow a=\frac{3}{5} \longrightarrow f'(4) = -0/6$$

۲

۵-

$$\frac{x+5}{7} = \frac{ax-1}{3x+1} \longrightarrow 3x^2+16x+5 = 7ax-7$$

$$3x^2+(16-7a)x+12=0 \xrightarrow[\text{و مربع کامل می‌باشد}]{\text{ریشه‌ی مضاعف}} 3(x-2)^2=0$$

$$16-7a=12 \longrightarrow a=4$$

۲

۶-

$$\left.\begin{array}{l} f(x)' = 3x^2+a \Rightarrow f(2)' = 12+a=0 \longrightarrow a=-12 \,* \\ f(2) = 8-24-b=0 \longrightarrow b=-16 \,* \end{array}\right\} b-a = 4$$

-۴ :)

۲

۷-

$$f'(0) = \lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \frac{\cancel{\sin^n}^{\,x^{2n}}(x^2)}{x} = x^{2n-1}$$

۱/۵

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^n(x^2)(x^{2n-1})}{(\underbrace{\cancel{1-\cos x}}_{\frac{x^2}{2}})^m} = \frac{x^{4n-1}}{\frac{x^{2m}}{2^m}} = 2^m = 32\sqrt{2} \longrightarrow m=\frac{11}{2}$$

$$4n-1=2m=11 \longrightarrow n=3 \qquad 2m+n=14$$

سارینا عابدینی

۸ـ

$$y=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \to y\sqrt{x}-y=\sqrt{x}+1 \to y\sqrt{x}-\sqrt{x}=y+1 \to \sqrt{x}(y-1)=y+1$$

$$\sqrt{x}=\frac{y+1}{y-1} \longrightarrow f^{-1}(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$$

$$f^{-1\prime}(x)=2\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{\overset{-2}{\cancel{(x-1)-(x+1)}}}{(x-1)^2}\right)\xrightarrow{x=2} 2\times3\times(-2)=-12$$

۲

۹ـ

آهنگ تغییر متوسط در بازه $[-1,0]$: $\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}=8a-7=-11 \longrightarrow a=-\frac{1}{2}$

آهنگ لحظه‌ای در $x=1$: $f'(x)=3(x^2+1)^2\times 2x\left(-\frac{x}{2}+1\right)-\frac{1}{2}(x^2+1)^3 \xrightarrow{x=1} f'(1)=8$

۲

۱۰ـ

① آهنگ متوسط: $\frac{\overset{1}{\cancel{(\sin\frac{\pi}{2}\cos\pi)}}-\overset{0}{\cancel{(\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4})}}}{\frac{\pi}{4}}=\frac{-4}{\pi}$

② آهنگ متوسط: $\frac{\overset{+1}{\cancel{(-\cos\pi)}}-\overset{0}{\cancel{(-\cos\frac{\pi}{2})}}}{\frac{\pi}{4}}=\frac{4}{\pi}$

$$\frac{-\frac{4}{\pi}}{\frac{4}{\pi}}=-1$$

۲

$$\sin^4x-\cos^4x=\underset{1}{\cancel{(\sin^2x+\cos^2x)}}(\sin^2x-\cos^2x)=-\cos2x$$

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sin^{n}(x^{۲}) \times ۲x\sin^{n-1}(x^{۲}) \times \cos x^{۲}}{(۲\sin^{۲}\frac{x}{۲})^{m}} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to ۰}\frac{(x^{۲})^{n} \times n \times (x^{۲})^{n-1} \times ۲x}{(۲(\frac{x}{۲})^{۲})^{m}} = \frac{(x)^{۲n+۲n-۲+۱} \times ۲n}{(x)^{۲m} \times \frac{۱}{۲}}$$

$$= \frac{۲nx^{۴n-۱}}{\frac{۱}{۲^{m}} \times x^{۲m}} = ۲^{m+۱} \times n \times x^{۴n-۲m-۱}$$

پس $۴n-۲m-۱=۰ \longrightarrow n=\frac{۲m+۱}{۴}$

لذا $۲^{m+۱} \times \frac{۲m+۱}{۴} = ۳۲\sqrt{۲} \longrightarrow m=\frac{۷}{۲}\ ,\ n=۲ \longrightarrow \boxed{۲m+n=۹}$

۷