نام و نام خانوادگی ......ایلیا طباطبایی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ......۲۳...... کلاس ......دوازدهم - سه شنبه......

۱

$g'(x) = \underbrace{(\tan^۲ x+\sqrt{۲}\cos x)'}\cdot f'(\tan^۲ x+\sqrt{۲}\cos x)$

$u'(x) = ۲\tan x(۱+\tan^۲ x) - \sqrt{۲}\sin x \Rightarrow u(\frac{\pi}{۴}) = \tan^۲(\frac{\pi}{۴}) + \sqrt{۲}\cos(\frac{\pi}{۴}) = ۱^۲ + \sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = ۲$

$u'(\frac{\pi}{۴}) = ۲\tan(\frac{\pi}{۴})(۱+\tan^۲(\frac{\pi}{۴})) - \sqrt{۲}\sin(\frac{\pi}{۴}) = ۲(۱)(۲) - \sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = ۳$

$g'(\frac{\pi}{۴}) = u'(\frac{\pi}{۴})\cdot f'(u(\frac{\pi}{۴})) \Rightarrow \sqrt{۳} = ۳f'(۲) \Rightarrow f(۲) = \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$

۲

$f(x) = \frac{\cancel{(۲+\cos x)}(۴-۲\cos x+\cos^۲ x)}{(۲-\cos x)\cancel{(۲+\cos x)}} = \frac{۲(۲-\cos x)}{۲-\cos x} + \frac{\cos^۲ x}{۲-\cos x} = ۲ + \frac{\cos^۲ x}{۲-\cos x}$

$f(x) - ۲g(x) = ۲ + \frac{\cos^۲ x}{۲-\cos x} - ۲(\frac{۲}{۲-\cos x}) = ۲ + \frac{\overset{-۱}{\cancel{(\cos x-۲)}}(\cos x+۲)}{\cancel{۲-\cos x}} = ۲-(\cos x+۲) = ۲-\cos x-۲ = -\cos x$

$(f(x)-۲g(x))' = \sin x = \sin(\pi+\frac{\pi}{۶}) = -\sin\frac{\pi}{۶} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

۳

$f(x) = \pm\underbrace{(۴x-۳)}_{\text{عامل صفرشونده در } x=\frac{۳}{۴}}\sqrt{ax} \Rightarrow f'(\frac{۳}{۴}) = \pm ۴\sqrt{\frac{۳}{۴}a} < \begin{matrix} ۲\sqrt{۳a} \\ -۲\sqrt{۳a} \end{matrix} \Big\} \; ۲\sqrt{۳a} - (-۲\sqrt{۳a})$

$= ۴\sqrt{۳a} = ۲\sqrt{۶} \Rightarrow \boxed{a = \frac{۱}{۲}}$

۴

$f(۴) = A\left|\begin{matrix}۴\\ -۴a+۲\end{matrix}\right. , \; f'(۴) = -a \Rightarrow \underbrace{-a-۴a+۲ = -۱}_{f(۴)+f'(۴) = -۱} \Rightarrow \boxed{a = ۰/۶}$

۵

$y = \frac{x+۵}{۷}$

$y = \frac{ax-۱}{۳x+۱}$

$\frac{ax-۱}{۳x+۱} = \frac{x+۵}{۷} \Rightarrow ۳x^۲ + (۱۶-۷a)x + ۱۲ = ۰$ غ ق ق چون طول و عرض باید + باشد

$\Delta = ۰ \Rightarrow (۱۶-۷a)^۲ - ۱۴۴ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۱۶-۷a = ۱۲ \Rightarrow a = \frac{۴}{۷} \\ ۱۶-۷a = -۱۲ \Rightarrow a = ۴ \end{cases}$

اگر $a = ۴ \Rightarrow ۳x^۲-۱۲x+۱۲ = ۰ \Rightarrow A\left|\begin{matrix} x=۲ \\ y=۱ \end{matrix}\right\} \boxed{a = ۴}$

لیلی طباطبایی

$f'(2)=0$
$f'(x)=3x^2+a$ $\Rightarrow 12+a=0 \Rightarrow a=-12$
$f(2)=0 \Rightarrow 8+(2)\underset{-12}{a}-b=0 \Rightarrow b=-16$ $\boxed{ج : -4}$ 6

$f'(x)=n\cdot\sin^{n-1}(x^2)\cdot\cos(x^2)\cdot(2x) = 2nx\cdot\cos(x^2)\cdot\sin^{n-1}(x^2)$

$f(x)\cdot f'(x) = 2nx\cdot\cos(x^2)\cdot\sin^{2n-1}(x^2)$ $2m+n=7+2=\boxed{9}$ 7

با تقریب هم‌ارزی $\Rightarrow f(x)f'(x) \sim 2nx(1)(x^2)^{2n-1} = 2nx^{4n-1}$ باید صورت و مخرج هم‌درجه شوند چون عدد ثابت است $\Rightarrow 2m=4n-1$

$(1-\cos x)^m \sim \left(\frac{x^2}{2}\right)^m = \frac{x^{2m}}{2^m} \Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{2nx^{4n-1}}{\frac{x^{2m}}{2^m}} = \lim_{x\to 0}(2n\cdot 2^m)\cdot x^{\underbrace{4n-1-2m}}$

$2n\cdot 2^m = 32\sqrt{2} \Rightarrow 2^5\cdot 2^{0/5} = 2^{5/5} \Rightarrow n\cdot 2^{n+0/5} = 2^{5/5} \rightarrow 2\cdot 2^{2+0/5} = 2^1\times 2^{2/5} = 2^{3/5} \Rightarrow 2m=4(2)-1=7 \Rightarrow m=3/5$

$y=f(x)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow \sqrt{x}(y-1)=y+1 \Rightarrow f^{-1}(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 \Rightarrow$ مشتق $=\left(\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2\right)'$ 8

$=2\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\cdot\frac{-2}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=2} \boxed{-12}$

$\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)} \Rightarrow \frac{1-8(-a+1)}{1} = -11 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$ 9

$f'(-2a)=f'(1) \Rightarrow y'=3(x^2+1)^2(2x)(-\frac{1}{2}x+1)-\frac{1}{2}(x^2+1)^3 \Rightarrow \boxed{f'(1)=8}$

$$\frac{\frac{f(\frac{\pi}{2})-f(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}}}{\frac{g(\frac{\pi}{2})-g(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}}} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}\cos\pi - \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{2}}{(\cos^4\frac{\pi}{2}-\cos^4\frac{\pi}{2})-(\sin^4\frac{\pi}{4}-\cos^4\frac{\pi}{4})} = \frac{-1-0}{1-0} = \boxed{-1}$$ 10