سوال ۲

فاطمه رحمتیان
۱۵ سه شنبه

$$f(x)=\frac{۸+\cos^۳}{۴-\cos^۲}=\frac{(\cancel{۲+\cos})(۴+\cos^۲-۲\cos)}{(۲-\cos)(\cancel{۲+\cos})}$$

۱۳٫۲۵

$$\frac{۴+\cos^۲-۲\cos}{۲-\cos}\to\frac{۴-۲\cos+\cos^۲}{۲-\cos}$$

$$\frac{۲(\cancel{۲-\cos})}{\cancel{۲-\cos}}=\boxed{۲+\frac{\cos^۲}{۲-\cos}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{۲}}$$

$$۲\pi\cancel{-\frac{\pi}{۴}}$$

$$\boxed{g(x)=\frac{۲}{۲-\cos}}\to g'(x)=\frac{-۲\sin}{(۲-\cos)^۲}=-۲\sin\frac{۷\pi}{۴}$$

$$۲-(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})$$

$$۲+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\frac{-۲\times\frac{1}{\sqrt{۲}}}{(۲+\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}$$

$$\to\boxed{\frac{-۱}{۴+\frac{۲}{۴}+۲\sqrt{۲}}}$$

$$f'(\frac{۷\pi}{۶}) \to (۲ + \frac{\cos'}{۲-\cos})' \to ۰ + \frac{-۲\sin(۲-\cos) + \sin(\cos^{۲})}{(۲-\cos)^{۲}}$$

ادلهم
سوال ۳

$$\frac{-۲ \times \frac{۱}{۲}(۲ + \frac{\sqrt{۳}}{۲}) - \frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۴})}{(۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۲})^{۲}}$$

۱٫۵

$$\frac{-۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۳}{۸}}{۴ + \frac{۳}{۴} - ۲\sqrt{۳}}$$

$$\frac{-۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۳}{۸}}{۴ + \frac{۳}{۴} - ۲\sqrt{۳}} - ۲\left(\frac{(-۱)}{۲ + \frac{۳}{۴} + ۲\sqrt{۳}}\right)$$ ب

سوال ۴

$y = ax + ۲$

$f'(۴) = -a$

$f(۴) + f'(۴) = -۱$

$f(۴) = -۴a + ۲$

۲

$-۴a + ۲ - a = -۱ \to -۵a = -۳ \to \boxed{a = \frac{۳}{۵}}$

$$\boxed{f'(۴) = -\frac{۳}{۴}}$$

سوال ۶

$۷y - x = ۵$

$y = \frac{x+۵}{۷}$

$$\frac{ax - ۱}{۳x+۱} = \frac{x+۵}{۷}$$

$\downarrow$

$۷(ax - ۱) = (x+۵)(۳x+۱) \rightarrow ۷ax - ۷ = ۳x^۲ + ۱۶x + ۵$

$۳x^۲ + (۱۶ - ۷a)x + ۱۲ = ۰$

$\Delta = (۱۶ - ۷a)^۲ - ۴ \times ۳ \times ۱۲ = ۰$

$(۱۶ - ۷a)^۲ = ۱۲^۲ \rightarrow ۱۶ - ۷a = \pm ۱۲$

$۷a = ۴ \rightarrow \boxed{a = \frac{۴}{۷}} \quad ۷a = ۲۸ \rightarrow \boxed{a = ۴}$

۲

$a = \frac{۴}{۷} \rightarrow \frac{-(۱۶ - ۷a)}{۲ \times ۳} = -\frac{۱۲}{۶} = \boxed{-۲}$

$a = ۴ \rightarrow \frac{-(۱۶ - ۷a)}{۲ \times ۳} = -\frac{(-۱۲)}{۶} = \boxed{۲}$ ✓

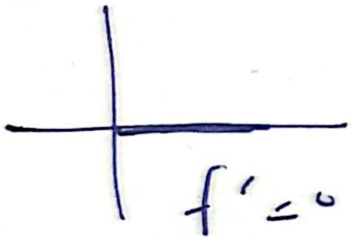
[illegible] $\boxed{۲}$

١,٢۵

[illegible]

$f(x) = x^{٣} + ax - b$

$٣x^{٢} + a = ٠ \to ٣(٤) + a = ٠ \to a = -١٢$



$f' = ٠$

$f(٢) = ٠$

$٨ - \cancel{٢٤} - b = ٠$ $\quad$ $\boxed{b = \overset{-١٦}{\cancel{١٦}}}$

-١٦

$b - a = ١٦ - (\overset{+}{-}١٢) = \cancel{٢٨}$

$-١٦ + ١٢ = -٤$

-۴

سوال ۸

$$y=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \longrightarrow \sqrt{x}+1=y\sqrt{x}-y$$

$$\sqrt{x}-y\sqrt{x}=-y-1$$

۳

$$\sqrt{x}(1-y)=-(y+1) \longrightarrow \sqrt{x}=\frac{y+1}{y-1} \longrightarrow x=\left(\frac{y+1}{y-1}\right)^{۲}$$

$$f^{-1}(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{۲}$$

$$f^{-1\prime}(x)=۲\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{-۲}{(x-1)^{۲}}\right)=-\frac{۴(x+1)}{(x-1)^{۳}} \longrightarrow \frac{-۴(۲+1)}{(۲-1)^{۳}}=$$

$$\boxed{-۱۲}$$

✓

سوال ۹

$$\frac{f(۰)-f(-۱)}{۰-(-۱)} = ۱ - ۸(-a+۱) = ۸a - ۷$$

$$۸a - ۷ = -۱۱ \longrightarrow a = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$$

آهنگ
شیب لحظه‌ای

$$x = -۲a = ۱ \qquad a = -\frac{۱}{۲}$$

۲

$$f'(x) = ۳(x^۲+۱)^۳(۲x)\cdot\left(-\frac{x}{۲}+۱\right) - \frac{(x^۲+۱)^۲}{۲}$$

$$f'(-۲a) = f(۱) = ۳\times۲^۲\times۲\times\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲}\times۲^۲ = ۱۲ - ۴ = \boxed{۸}$$

سوال ۱.

۲

$f(x) = \sin x \cos ۲x$

$$\frac{f(\frac{\pi}{۲}) - f(\frac{\pi}{۴})}{\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۴}} = \frac{۱(-۱) - \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۰}{\frac{\pi}{۴}} = \boxed{-\frac{۴}{\pi}}$$

$$\frac{g(\frac{\pi}{۲}) - g(\frac{\pi}{۴})}{\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۴}} = \frac{(۱ - ۰) - (\frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۴})}{\frac{\pi}{۴}} = \frac{۴}{\pi}$$

$$\frac{-\frac{۴}{\pi}}{\frac{۴}{\pi}} = \boxed{-۱}$$

✓

$g(x) = f'(\tan^۲ x + \sqrt{۲}\cos x) \times ۲\tan x(۱+\tan^۲ x) - \sqrt{۲}\sin x)$ ۱

$g'(\frac{\pi}{۴}) = f'(۱ + \sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}) \times ۲\times ۱ \times (۱+۱^۲) - (\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲})$

$\underset{\sqrt{۳}}{\cancel{g'(\frac{\pi}{۴})}} = f'(۲) \times [\underset{۳}{\cancel{۲(۲)}} - ۱] \longrightarrow f'(۲) = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

$f - ۲g(\frac{۷\pi}{۴}) = \frac{(۲+\cancel{\cos x})(\cos^۲ x - ۲\cos x + ۴)}{(۲-\cos x)(۲+\cancel{\cos x})} - \frac{۴}{۲-\cos x} = \frac{\overset{\cos x(\cancel{\cos x} - ۲)}{\cos^۲ x \cancel{-۲}\cos x}}{۲-\cancel{\cos x}} = -\cos x$ ۲

$(f-۲g)' = -(\cos x)' = +\sin x \longrightarrow \sin(\frac{۷\pi}{۴}) = -\frac{۱}{۲}$

$x \to \frac{۳}{۴}^+ \rightsquigarrow f(x) = ۴x - ۳\sqrt{\frac{۳a}{۴}} \xrightarrow[\text{صفرشونده}]{\text{مشتق عبر}} f'(x) = \frac{۴\sqrt{۳a}}{۲} = ۲\sqrt{۳a}$ ۳

$x \to \frac{۳}{۴}^- \rightsquigarrow f(x) = -۴x + ۳\sqrt{\frac{۳a}{۴}} \xrightarrow[\text{صفرشونده}]{\text{مشتق عبر}} f'(x) = \frac{-۴\sqrt{۳a}}{۲} = -۲\sqrt{۳a}$

$۴\sqrt{۳a} = ۲\sqrt{۶} \to \sqrt{۳a} = \frac{\sqrt{۶}}{۲} \to a = \frac{۱}{۲}$

$\lim_{x\to ۰} \frac{\sin^n(x^۲) \times ۲x\sin^{n-۱}(x^۲) \times \cos x^۲}{(۲\sin^۲\frac{x}{۲})^m} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to ۰} \frac{(x^۲)^n \times n \times (x^۲)^{n-۱} \times ۲x}{(۲(\frac{x}{۲})^۲)^m} = \frac{(x)^{۲n+۲n-۲+۱} \times ۲n}{(x)^{۲m} \times \frac{۱}{۲}}$ ۷

$= \frac{۲nx^{۴n-۱}}{\frac{۱}{۲^m} \times x^{۲m}} = ۲^{m+۱} \times n \times x^{۴n-۲m-۱} \to ۴n-۲m-۱=۰ \to n = \frac{۲m+۱}{۴}$

$\to ۲^{m+۱} \times \frac{۲m+۱}{۴} = ۳۲\sqrt{۲} \longrightarrow m = \frac{۷}{۲},\ n = ۲ \to ۲m+n = ۹$