[illegible] B- | خورشید احمدی

---

(۱)

$$g'(x) = f'(\tan^۳ x + \sqrt{۲}\cos x)\cdot\left(۲\tan x(۱+\tan^۲ x) - \sqrt{۲}\sin x\right)$$

$$\Rightarrow g'\left(\frac{\pi}{۴}\right) = f'(۲)\cdot(۳) = \sqrt{۳} \Rightarrow f'(۲) = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

---

(۲)

$$f'(x) - ۲g'(x) = (f-۲g)'(x) \Rightarrow \frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x} - \frac{۴(۲+\cos x)}{(۲-\cos x)(۲+\cos x)}$$

$$= \frac{۸+\cos^۳ x - ۸ - ۴\cos x}{۴-\cos^۲ x} = \frac{\cos x(\cos^۲ - ۴)}{۴-\cos^۲ x} = -\cos x$$

$$\Rightarrow f'(x) - ۲g'(x) = \sin x \xrightarrow{x=\frac{۷\pi}{۴}} = \frac{-۱}{۲}$$

---

(۳)

$$f(x)\begin{cases}(۴x-۳)\sqrt{ax} & x \geq \frac{۳}{۴} \\ (۳-۴x)\sqrt{ax} & x < \frac{۳}{۴}\end{cases} \Rightarrow f'(x)\begin{cases}y_۱ = ۴\sqrt{ax} + \dfrac{a(۴x-۳)}{۲\sqrt{ax}} & x \geq \frac{۳}{۴} \\ y_۲ = -y_۱ & x < \frac{۳}{۴}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۳}{۴}} |y_۲ - y_۱| = ۲\sqrt{۶} \longrightarrow ۲\left(۴\sqrt{ax} + \frac{a(۴x-۳)}{۲\sqrt{ax}}\right) = ۲\sqrt{۶}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۳a} + ۰ = \sqrt{۶} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

---

(۴)

$$\xrightarrow[f'(x) = -a]{y=۲-ax} ۲ - ۴a - a = -۱ \rightarrow \frac{۳}{۵} = a \Rightarrow f'(۴) = \frac{۳}{۵}$$

---

(۵)

$$y = \frac{۵+x}{۷} \rightarrow m_y = \frac{۱}{۷} = \frac{\begin{vmatrix}a & -۱ \\ ۳ & ۱\end{vmatrix}}{(۳x+۱)^۲} = \frac{a+۳}{(۳x+۱)^۲}$$

$$۷a + ۲۱ = ۹x^۲ + ۶x + ۱ \Rightarrow ۹x^۲ + ۶x - ۲۰ - ۷a = ۰ \xrightarrow[\text{مماس}]{\Delta = ۰}$$

$$۳۶ + ۳۶(۲۰ + ۷a) = ۰ \Rightarrow ۱ + ۲۰ + ۷a = ۰ \Rightarrow \boxed{a = -۳}$$

(۶) $۸ + ۲a - b = ۰ \Rightarrow \underbrace{b = ۸ + ۲a}$

$f'(x) = ۰ \longrightarrow ۳x^۲ + a = ۰ \xrightarrow{x=۲} -۱۲ = a \;,\; b = -۱۶$

$\Rightarrow b - a = -۱۶ + ۱۲ = \boxed{-۴}$

---

(۷)

---

(۸) $f'(x) = \dfrac{۱}{(f^{-۱})'(x)} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{-۱}{\sqrt{x}}$, $f(x) = ۲ \Rightarrow \underbrace{x = ۹}$

$f'(۹) = -\frac{۱}{۳} \Rightarrow (f^{-۱})'(۳) = \boxed{-۳}$

---

(۹)

$۱ - ۸(۱ - a) = -۱۱ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow{x=۱} f'(x) = ۳(۲x)(x^۲+۱)^۲(ax+۱) + a(x^۲+۱)^۳$

$= ۹ \times ۴ \times \frac{۱}{۲} - ۴ = \boxed{۸}$

---

(۱۰)

$m_{\overline{AB}} = \dfrac{-۱ - ۰}{\frac{\pi}{۴}} = \dfrac{-۴}{\pi}$, $y = -\cos ۲x \rightsquigarrow y' = ۲\sin ۲x$

$x = \frac{۳\pi}{۸} \longrightarrow ۲\sin\frac{۳\pi}{۴} = \sqrt{۲} \Rightarrow \dfrac{\frac{-۴}{\pi}}{\sqrt{۲}} = \dfrac{-۴}{\pi\sqrt{۲}}$