۱۴,۷۵

کلاس: دوازدهم سه‌شنبه‌ها / نیلو حیدری

بسم الله الرحمن الرحیم

طلب ۲۳

سوال ①

$g(x) = f(x) \rightarrow g'(x) = f'(x)$

②

$f'(x) \rightarrow (1+\tan^2 x)(\sqrt{2}\sin x)\, f'(\tan x + \sqrt{2}\cos x) \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}}$

$(2)\left(-\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{2}\right) f'(1+1) \rightarrow -2f'(2) = \sqrt{3} \rightarrow f'(2) = +\frac{\sqrt{3}}{2}$

ارفاق

۲

$$f(x)=\frac{(2+\cancel{\cos x})(4+\cos^2 x-2\cos x)}{(2-\cos x)(2+\cancel{\cos x})}=\frac{4+\cos^2 x-2\cos x}{2-\cos x}$$

$$g(x)\to\frac{4}{2-\cos x}\to\frac{4+\cos^2 x-2\cos x}{2-\cos x}-\frac{4}{2-\cos x}$$

$$=\frac{\cos x(\cos x-2)}{2-\cos x}=-\cos x\to(f-g)'\to\sin x$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\to-\frac{1}{2}$$

۲

۳

$$f_+\left(\frac{3}{4}\right)=\sqrt{ax}\qquad f_-\left(\frac{3}{4}\right)=-\sqrt{ax}\qquad f'_+(x)=\frac{a}{2\sqrt{ax}}$$

$$f'_-(x)=\frac{-a}{2\sqrt{ax}}\to f'_+-f'_-=2\sqrt{9}\to\frac{2a}{2\sqrt{ax}}=2\sqrt{9}$$

۱٫۵

$$\frac{2a}{\sqrt{2a}}=2\sqrt{9}\to a=3\sqrt{2a}\to a^2=18a\to a=0$$

$$\boxed{a=18}$$

سوال ۴

$y = ۲ - ax \longrightarrow y' = -a$

$f(۴) + f'(۴) \longrightarrow ۲ - ۴a - a = -۱ \longrightarrow ۳ = ۵a \longrightarrow a = \frac{۳}{۵}$

$f'(۴) = -a = -\frac{۳}{۵}$

۲

سوال ۶

$f \Big|^{۲} \quad ۸ + ۴a - b \qquad f'(۲) = ۰ \longrightarrow ۳x^2 + a = ۰ \longrightarrow ۱۲ + a = ۰$

$a = -۱۲$

$b - a \longrightarrow -۴$

۱٫۲۵

$۸ - ۲۴ - b = ۰ \longrightarrow b = -۱۶$

$-16 - b = 0 \longrightarrow b = -16$

$y = \frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱}$, $\sqrt{x} = t$, $yt - y = t + ۱ \rightarrow -t + yt = y + ۱$ ۱/۵

$t(y-۱) = y+۱ \rightarrow t = \frac{y+۱}{y-۱} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{y+۱}{y-۱} \rightarrow \left(\frac{y+۱}{y-۱}\right)^۲ = x \rightarrow \left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)^۲ = y$

$y' = ۲\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)\left(\frac{(x-۱)(x+۱)'}{(x-۱)^۲}\right) \xrightarrow{x=۲} ۲(۳)\left(\frac{(۱)(۳)}{۱}\right) \rightarrow \boxed{۱۸}$

$f(۰) = (۱)(۱) \rightarrow ۱$, $f(-۱) = (۸)(۱-a)$

$\frac{۱ - ۸ + ۸a}{۰-(-۱)} \rightarrow \frac{۸a - ۷}{۱} = -۱۱ \rightarrow ۸a - ۷ = -۱۱ \rightarrow \boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$

$\frac{x}{۲} \rightarrow \boxed{۱} \rightarrow f'(x) = ۳(۲x)(x^۲+۱)^۲(\frac{-x}{۲}+۱) + (-\frac{۱}{۲})(x^۲+۱)^۳$

$۳(۲)(۲)^۲(\frac{-۱}{۲}+۱) + (-\frac{۱}{۲})(۲)^۳ \rightarrow$

$۳ \times ۲ \times ۴ \times \frac{۱}{۲} + (-\frac{۱}{۲}) \times ۸ \rightarrow ۱۲ - ۴ = ۸$ $\boxed{۸}$ ۲

Subject:
Date:

سوال ۱۰

$y_1 = \sin\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} \to 0$

$y_2 = \sin\frac{\pi}{2}\cos 2\pi \to -1$

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \to \frac{-1-0}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}} \to \frac{-1}{\frac{\pi}{4}} \to -\frac{4}{\pi}$

$(\sin^2-\cos^2)(\sin^2+\cos^2) \to \sin^2\frac{\pi}{4}-\cos^2\frac{\pi}{4} \to \frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$

$(\sin^2-\cos^2) \xrightarrow{\frac{\pi}{2}} 1-0=1$

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \to \frac{1-0}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}} \to \frac{4}{\pi}$

$\frac{-\frac{4}{\pi}}{\frac{4}{\pi}} = \boxed{-1}$ ✓ ۲

سوال ۵

$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \to (3x+1)(x+5) = 7ax-7$

$3x^2+16x+5 = 7ax-7 \to 3x^2+(16-7a)x+12=0 \quad \Delta=0$

$49a^2-224a+256-144=0 \quad 49a^2-224a+112=0$

$7a^2-32a+16=0 \to a^2-32a+112=0$

$(a-28)(a-4) \to a=\frac{4}{7}$ — ✗ چون به ازای ۱- = x مخرج صفر می‌شود

$1 \to \boxed{a=4}$ — ✓ ۲

۱

$$g(x) = f'(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x) \times 2\tan x(1+\tan^2 x) - \sqrt{2}\sin x)$$

$$g'(\tfrac{\pi}{4}) = f'(1 + \sqrt{2}\times\tfrac{\sqrt{2}}{2}) \times 2\times 1\times(1+1^2) - (\sqrt{2}\times\tfrac{\sqrt{2}}{2})$$

$$\underset{\sqrt{3}}{\cancel{g'(\tfrac{\pi}{4})}} = f'(2)\times[\underset{3}{\cancel{2(2)-1}}] \longrightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۳

$$x \to \tfrac{3}{4}^{+} \leadsto f(x) = 4x-3\sqrt{\tfrac{3a}{4}} \xrightarrow[\text{صفرشونده}]{\text{مشتق عبر}} f'(x) = \frac{4\sqrt{3a}}{2} = 2\sqrt{3a}$$

$$x \to \tfrac{3}{4}^{-} \leadsto f(x) = -4x+3\sqrt{\tfrac{3a}{4}} \xrightarrow[\text{صفرشونده}]{\text{مشتق عبر}} f'(x) = \frac{-4\sqrt{3a}}{2} = -2\sqrt{3a}$$

$$4\sqrt{3a} = 2\sqrt{6} \to \sqrt{3a} = \frac{\sqrt{6}}{2} \to \boxed{a = \frac{1}{2}}$$

۷

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^n(x^2)\times 2x\sin^{n-1}(x^2)\times\cos x^2}{(2\sin^2\frac{x}{2})^m} \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim_{x\to 0}\frac{(x^2)^n\times n\times(x^2)^{n-1}\times 2x}{(2(\frac{x}{2})^2)^m} = \frac{(x)^{2n+2n-2+1}\times 2n}{(x)^{2m}\times\frac{1}{2^m}}$$

$$= \frac{2nx^{4n-1}}{\frac{1}{2^m}\times x^{2m}} = 2^{m+1}\times n\times x^{4n-2m-1} \to 4n-2m-1=0 \to n = \frac{2m+1}{4}$$

$$\to 2^{m+1}\times\frac{2m+1}{4} = 32\sqrt{2} \to m = \frac{7}{2}\ ,\ n = 2 \to \boxed{2m+n = 9}$$

۸

$$f^{-1}(2) = t \to f(t) = 2 \longrightarrow \sqrt{t}+1 = 2\sqrt{t}-2 \to \sqrt{t} = 3 \to t = 9$$

$$f^{-1}{}'(2) = \frac{1}{f'(9)} \quad , \quad f'(x) = \frac{-2}{(\sqrt{x}-1)^2}\times\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(9) = \frac{-2}{(2)^2}\times\frac{1}{6} = -\frac{1}{12} \longrightarrow \boxed{f^{-1}{}'(2) = -12}$$