

ماده ریاضی

بسم خدا

«مستخرج»  
تاریخ و تکلیف

$$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn = 10x^2 + (2-6)x + (2+1+mn) = 10x^2 - 4x + (3+mn) \quad (1)$$

$$(10+m)x^2 + (-4+n)x + mn + 3 \Rightarrow$$

چون تابع  $f$  تابع ثابت است پس  
ضرایب  $x^2$  و  $x$  صفر باشند

$$\begin{cases} 10+m=0 \\ n-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-10 \\ n=4 \end{cases}$$

$$f(x) = -3x$$

$$g(x) = \left\{ (x, m), (n, p+1), (p+2, -1), (-q, k+p) \right\}$$

از طرفی  $m = -10$   
 $n = 4$

$p+1 = -1 \Rightarrow p = -2$   
 $k-11 = -1 \Rightarrow k = 10$

$$m+n+p+k = (-10)+4+(-2)+10 = -8$$

$$الف) y = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-4x-8}} \Rightarrow \frac{x-2}{x^2-4x-8} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{(x-4)(x+2)} \geq 0$$

$$D_y: (-2, +\infty) - \{2\}$$

$$ب) f(x) = \frac{4x^2+1}{x^2-2[-x]} \Rightarrow x-2[-x] \neq 0 \Rightarrow x+2x \neq 0 \Rightarrow 3x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

$$\Rightarrow 2 \leq -x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq -2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - (-3, -2)$$

$$الف) f(x) = \frac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \cdot x(x^2-1) \geq 0 \Rightarrow \frac{-1 \cdot 0 \cdot +1}{- \phi + \phi - \phi +} \Rightarrow [-1, 0] \cup [1, +\infty) \quad (I)$$

$$|x|+x > 0 \Rightarrow x > 0 \quad (II) \quad I \cap II: D_f = [1, +\infty)$$

$$ب) f(x) = \frac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$$

$$|x|+1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$I \cap II: [-2, -1) \cup (-1, 1)$$

$$محدود: |x-2|-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2-x+2 \leq 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow \text{هیچ جواب ندارد}$$

$$x^2-x+2 \geq 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) \leq 0$$

$$y = \frac{1}{|x-2|-1-k}$$

$$|x-2|-1 \neq k \Rightarrow |x-2|-1 \neq k \Rightarrow (4)$$

$$|x-2|-1 \neq -k \Rightarrow$$

$$|x-2| \neq k+1$$

$$|x-2| \neq -k+1 \Rightarrow k+1 = -k+1 \Rightarrow k=0 \Rightarrow$$

$$|x-2|=1 \Rightarrow x=3 \text{ و } x=1$$

$$|x-2|=0 \Rightarrow x=2$$

$$y = 2x - [x]$$

$$D_y = [-2, 2]$$

$$y = 2x - [x] - \text{for } x \leq 2$$

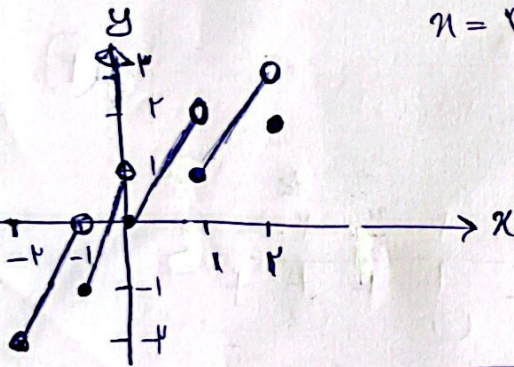
$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = 2x + 2$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = 2x + 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 2x$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = 2x - 1$$

$$x = 2 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow y = 2$$



$$f(x) = \frac{x^2 - (a+b)x + b}{x+a} = x \Rightarrow$$

$$\frac{(x-1)(x-3)}{x+a} + b = x \Rightarrow \frac{x+a}{x+a} = \frac{x-1}{x-3} \Rightarrow$$

$$a = -1$$

$$a = -3$$

$$a = -1 \Rightarrow x - 4b = x \Rightarrow b = 3$$

$$a = -3 \Rightarrow x - 1 + b = x \Rightarrow b = 1$$

$$a - b = -1 - 3 = -4$$

$$a - b = -3 - 1 = -4$$

مجموعه جبری تمام مضرب ها مضرب مستقیم به ۱-۱ یعنی ۱-۱  
مجموعه جبری عبارت از تمام مضرب ها مضرب مستقیم به ۱-۱ یعنی ۱-۱

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1 - 2}{x+1} \quad x \neq \pm 1 \Rightarrow f(x) = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = x+2 \quad (7)$$

$$g(x) = x + c$$

$$g(2) = 4$$

$$f(2) = 2+2 = 4$$

دانش آموزان عزیز! این دو عبارت را با هم مقایسه کنید!

ملاحظه داشته باشید که این دو عبارت یکسان است!

برای محاسبه a و b در صورتی که x=1 یا x=-1 را در نظر بگیرید:

$$x=1 \Rightarrow g(1) = 3 \Rightarrow f(1) = 3$$

$$x=-1 \Rightarrow g(-1) = 1 \Rightarrow f(-1) = 1$$

$$\frac{a+2}{b+1} = 3 \Rightarrow a+2 = 3b+3 \Rightarrow 3b-a = -1$$

$$\frac{2-a}{b-1} = 1 \Rightarrow 2-a = b-1 \Rightarrow a+b = 3$$

$$a = \frac{5}{2} \text{ و } b = \frac{1}{2}$$

$$b+c = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

$$f(x) = \sqrt{x-3a} + 4K - 1$$

$$g(x) = \sqrt{b-x} + 3K$$

$$\left. \begin{aligned} 2f - g(1) &= 2f(1) - g(1) = K \Rightarrow \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \\ 2(\sqrt{4+K-1}) - (\sqrt{4-11} + 3K) &= K \Rightarrow \end{aligned} \right\}$$

$$2K - 2 - 3K = K \Rightarrow -K - 2 = K \Rightarrow 2K = -2$$

$$\Rightarrow K = -1 \textcircled{3}$$

$$\text{جواب: } 3a - \frac{b}{2} - K = 4 - 2 + 1 = \boxed{3} \textcircled{3} \textcircled{4}$$

$2f - g = \{(1, K)\}$   
 این مجموعه متوجه می شود که دامنه  
 مشترک توابع  $2f$  و  $g$  فقط  $x=1$   
 است (چون  $2f$  به  $3a$  وابسته است)  
 پس توابع  $f$  و  $g$  فقط در  $x=1$   
 دامنه مشترک دارند.

$$D_f: 3a \geq x \Rightarrow x \geq \frac{3a}{2}$$

$$D_g: b \geq x \Rightarrow x \leq \frac{b}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} x &\geq \frac{3a}{2} \\ x &\leq \frac{b}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مقایسه}} \frac{3a}{2} = \frac{b}{2} \Rightarrow \boxed{3a = b} \star$$

$$\frac{3a}{2} = \frac{b}{2} = 1 \Rightarrow 3a = 2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{2}{3}} \textcircled{1}$$

$$\boxed{b = 4} \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{m-x} + n \\ g(x) &= \sqrt{2x+2} \end{aligned}$$

$$D_{f \times g} = [-1, 7] \quad m+n = ? \textcircled{9}$$

$$f \cdot g(3) = 4\sqrt{2}$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [-1, 7]$$

$$D_g: 2x+2 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -2 \Rightarrow \boxed{x \geq -1}$$

سهولت عبارت  $f(x)$   
 با  $x \leq 7$  مقید است  
 با  $x \geq -1$  مقید است  
 پس  $x \in [-1, 7]$  در آنجا  
 $\Rightarrow m-x \geq 0 \Rightarrow m \geq x$   
 $\Rightarrow m \geq 7$   
 $\Rightarrow x \leq 7$   
 $\Rightarrow \boxed{m=7}$

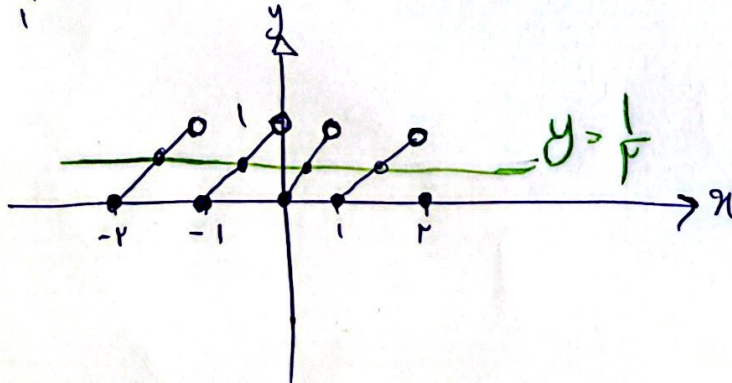
$$\begin{aligned} f \cdot g(3) &= f(3) \cdot g(3) = 2+n - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \\ \sqrt{7-3+n} \cdot \sqrt{4+2} &\Rightarrow n = 8\sqrt{2} - 2 \end{aligned}$$

$$m+n = 7 + 8\sqrt{2} - 2 = 5 + 8\sqrt{2} \textcircled{10} \text{ ج. آخر}$$

$$D_y: [-1, 2]$$

ردیف هفتم:  $y = \frac{1}{x}$

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow x - [x] = \frac{1}{x}$$



تقریباً هر دو  
 جواب  $\Leftarrow$   
 ج. آخر