غزل رضا

① $f(x)=(x+1)^2+(3x-1)^2+mx^2+nx+mn$

$x^2+1+2x+9x^2+1-6x+mx^2+nx+mn \Rightarrow$

$(10+m)x^2+(n-4)x+2+mn \Rightarrow 10+m=0 \Rightarrow m=-10$

$n-4=0 \Rightarrow n=4$

$g(x)=\{(4,\overset{0}{\cancel{m}})(\overset{-10}{\cancel{n}},P+1)(P+2,-1)(-9,P+k)\}$

$P+1=-10 \Rightarrow P=-11 \qquad -11+2=-9 \Rightarrow P+k=-1$

$k=10 \Leftarrow -11+k=-1$

$m+n+P+k \Rightarrow 4-10-11+10=-7$

② الف) $\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \Rightarrow x^4-2x^2-8 \xrightarrow{x^2=t}$

$t^2-2t-8 \Rightarrow (t-4)(t+2) \Rightarrow$

$t=4,\underbrace{-2}_{\text{غ ق ق}} \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow$

$x=\pm 2$

| | $-2$ | | $\overset{*}{2}$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-$ | | $+$ | | $+$ |

$(-2,+\infty)-\{2\}=D_f$

ب) $\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \Rightarrow 4-2[-x]\neq 0 \Rightarrow$

$4\neq 2[-x] \Rightarrow 2\neq[-x]$

$D_f=\mathbb{R}-(-3,-2]$

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} =$ $\quad x(x^2-1) = x(x+1)(x-1) \geq 0$ ③

$x = 0, 1, -1$

$\begin{array}{ccccccc} & -1 & & 0 & & 1 & \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$ ②

$|x| + x > 0 \Rightarrow |x| > -x \Rightarrow R^+$ ①

①, ② $\Rightarrow [1, +\infty) = D_f$

ب) $\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \Rightarrow |x-2|-x^2 \geq 0$

$-x^2 - x + 2 \geq 0$ $\qquad$ $-x^2 + x - 2 \geq 0$

$-(x+2)(x-1)$ $\qquad$ ریشه ندارد همیشه منفی است

$x = -2, 1$

$\begin{array}{ccccc} & -2 & & +1 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

$|x| - 1 \neq 0 \Rightarrow |x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$

$D_f = [-2, 1) - \{-1\}$

---

④ $y = \dfrac{1}{||x-2|-1|-k} \Rightarrow ||x-2|-1| \neq k$

$|x-2|-1 \neq k$ $\qquad$ $|x-2|-1 \neq -k$

$x-2 \neq k+1 \Rightarrow x \neq k+3$ $\qquad$ $x \neq -k+3 \Leftarrow x-2 \neq -k+1$

$x-2 \neq -k-1 \Rightarrow x \neq -k+1$ $\qquad$ $x \neq k+1 \Leftarrow x-2 \neq +k-1$

$k+3 = -k+3 \Rightarrow 2k = 0 \Rightarrow k = 0$ $\qquad$ $k+1 = -k+3 \Rightarrow 2k = 2$ $\Rightarrow k = +1$

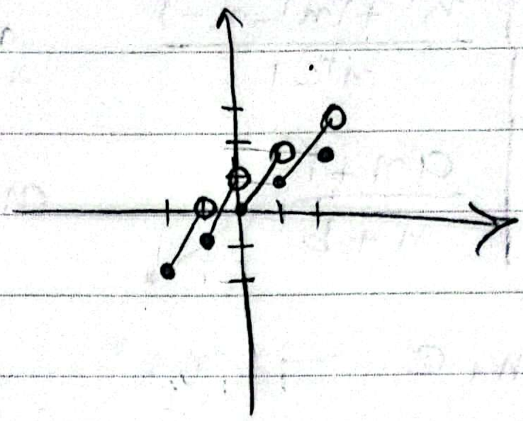
$k+3 = -k+1 \Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow k = -1$ $\qquad$ $k+1 = -k+1 \Rightarrow$ $2k = 0 \Rightarrow k = 0$

$k = \{-1, 1, 0\}$

Sibo

(۵)

$y = ۲x - [x]$



$-۲ \leqslant x < -۱ \Rightarrow y = -۲$

$-۱ \leqslant x < ۰ \Rightarrow y = -۱$

$۰ \leqslant x < ۱ \Rightarrow y = ۰$

$۱ \leqslant x < ۲ \Rightarrow y = ۱$

$۲ = x \Rightarrow y = ۲$

---

(۶)

$$f(x) = \frac{x^۲ - ۴x + ۳}{x + a} + b$$

$$\frac{x^۲ - ۴x + ۳}{x + a} + b = x \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۳ + bx + ab = x^۲ + ax$$

$$(b - a - ۴)x + ۳ + ab = ۰$$

$ab = -۳ \qquad b - a = +۴ \Rightarrow b = ۴ + a$

$\Downarrow$

$(a+۴)a = -۳ \Rightarrow a^۲ + ۴a + ۳ \Rightarrow (a+۱)(a+۳) = ۰$

$a = -۱ \Rightarrow b = ۳ \longleftarrow a = -۱, -۳$

$a - b \Rightarrow -۱ - ۳ = -۴$

$\downarrow$

$a = -۳ \Rightarrow b = ۱$

$a - b \Rightarrow -۳ - ۱ = -۴$

$-۴ \times ۲ = -۸$

۷

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{۳}+۲x^{۲}-x-۲}{x^{۲}-۱} & x\neq \pm ۱\\[2ex] \dfrac{ax+۲}{x+b} & x=\pm ۱\end{cases}$$

$$g(x)=x+c \longrightarrow x+۲$$

$$\xRightarrow{x=۲} \frac{x^{۳}+۲x^{۲}-x-۲}{x^{۲}-۱} \Rightarrow \frac{۸+۸-۲-۲}{۴-۱}=\frac{۱۲}{۳}=۴$$

$$\longrightarrow g(۲)=۲+c=۴ \Rightarrow c=۲$$

$$g(x)=x+۲ \xRightarrow{+۱} ۱+۲=۳ \longrightarrow \frac{ax+۲}{x+b} \xRightarrow{x=۱} \frac{a+۲}{۱+b}=۳$$

$$۳+۳b=a+۲ \Rightarrow ۱=a-۳b \quad ①$$

$$g(x)=x+۲ \xRightarrow{-۱} -۱+۲=۱ \longrightarrow \frac{ax+۲}{x+b} \xRightarrow{x=-۱} \frac{-a+۲}{-۱+b}=۱$$

$$-a+۲=-۱+b \Rightarrow ۳=a+b \quad ②$$

$$①,② \Rightarrow -۴b=-۲ \Rightarrow b=\frac{۱}{۲},\ a=\frac{۵}{۲}$$

$$b+c=\frac{۱}{۲}+۲=\frac{۵}{۲}$$

(8)

$f(x) = \sqrt{4x-3a} + k - 1$

$g(x) = \sqrt{b-4x} + 3k \qquad D_f = 4x-3a \geq 0 \Rightarrow$

$4x \geq 3a \Rightarrow x \geq \frac{3a}{4}$

$2f-g = \{(1,k)\} \qquad D_g = b-4x \geq 0 \Rightarrow b \geq 4x$

$\frac{b}{4} \geq x$

$\boxed{\frac{b}{4} = 1 \Rightarrow b = 4}$ اگر دو نقطه در $x=1$ باهم مشترک هستند پس

$\boxed{\frac{3a}{4} = 1 \Rightarrow 3a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{3}}$

$2\sqrt{4x-4} + 2k - 2 - \sqrt{4-4x} - 3k = k \xRightarrow{x=1}$

$2\sqrt{\cancel{4-4}} + 2k - 2 - \sqrt{\cancel{4-4}} - 3k = k \Rightarrow -2-k = k \Rightarrow$

$2k = -2 \Rightarrow \underline{k=-1}$

$3a - \frac{b}{2} - k \Rightarrow 4 - 2 + 1 = 3$

---

(9)

$f(x) = \sqrt{m-x} + n \qquad g(x) = \sqrt{2x+2}$

$D_{f \times g} = [-1, 7] \qquad m+n = ?$

$2x \geq -2 \Rightarrow x \geq -1$

$f-g_{(3)} = 4\sqrt{2}$

$m-x \geq 0 \Rightarrow m \geq x \Rightarrow \boxed{m=7} \qquad \sqrt{7-x}+n$

$\sqrt{7-3} + n - \sqrt{6+2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow 2 + n - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$n = \boxed{8\sqrt{2}-2} \longrightarrow m+n = 8\sqrt{2} - 2 + 7 = 5 + 8\sqrt{2}$

$[-۲,۲]$ ۶

$y = (-1)^۲ (x-[x]) = \frac{1}{۲} \Rightarrow (1)(x-[x]) = \frac{1}{۲}$

$x-[x] = \frac{1}{۲}$

۴ بار قطع می‌کند