نام و نام خانوادگی ...مریم معصومی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲... کلاس ...دوازدهم سه‌شنبه...

۱

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn$

$\rightarrow x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn \xrightarrow[\text{پس x نداریم}]{\text{تابع ثابت}}$

$\rightarrow 10x^2 - 4x + 2 + \underbrace{m}_{\text{قرینه ضریب } x^2}x^2 + \underbrace{n}_{\text{قرینه ضریب } x}x + mn \rightarrow m = -10 \rightarrow n = 4$

$m+n+p+k = -10+4+-11+10 = \boxed{-7}$

$g(x) = \{(4, \overset{-10}{\cancel{m}}), (4, p+1), (-9, -1), (-9, p+k)\}$

$p+1 = -10 \rightarrow p = -11 \qquad p+k = -1 \rightarrow -11+k = -1 \rightarrow \boxed{k=10}$

۲

الف)

$y = \sqrt{\dfrac{x-2 \rightarrow 2}{(x^2-4)(x^2+2)}}$ — x^2-4: 2, -2 — x^2+2: همواره +

ریشه مضاعف = ۲

$-2 \qquad 2$

$- \quad \nexists \quad + \quad \nexists \quad +$

$D_f = (-2,2) \cup (2,+\infty)$ یا $(-2,+\infty) - \{2\}$

ب)

$f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]}$ مخرج $\neq 0$

$4 - 2[-x] \neq 0 \qquad 4 \neq 2[-x]$

$[-x] \neq 2 \rightarrow 2 \leq -x < 3$

$\xrightarrow[\text{جهت عوض می‌شود}]{\times(-1)} \boxed{-3 < x \leq -2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - (-3, -2]$

۳

الف)

$\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$

با عددگذاری داخل مخرج فقط اعداد مثبت باید باشند → (1) $(0,+\infty)$

$x(x^2-1) \geq 0 \rightarrow$ $-1 \quad 0 \quad 1$; $- \quad + \quad - \quad +$

$[-1,0] \cup [1,+\infty)$ (2)

(1) $\cap$ (2) $\Rightarrow [1,+\infty)$

ب)

$f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2| - x^2}}{|x|-1}$

$|x|-1 \neq 0 \quad |x| \neq 1 \rightarrow x \neq \pm 1$ (2)

$|x-2| \geq x^2 \rightarrow x-2 \geq x^2 \rightarrow x^2 - x + 2 \leq 0$ غ م (غیرممکن)

$x-2 \leq -x^2 \rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0$; $-2 \quad 1$; $[-2, 1]$ (1)

(1) $\cap$ (2) $[-2,1) - \{-1\}$

۴

$y = \dfrac{1}{||x-2|-1| - k}$

$\xrightarrow{(1)} ||x-2|-1| \neq k \rightarrow |x-2| \neq k+1 \,,\; |x-2| \neq -k+1$ *

* $\begin{cases} x \neq k+3 \,,\; x \neq -k+1 \\ x \neq -k+3 \quad x \neq k+1 \end{cases}$

این تابع شامل این ۴ عدد نیست اما زیرا در صورت سوال مطرح شده دامنه تابع شامل ۳ عدد نیست پس دو مورد از روابط بالا باهم برابرند.

قابل قبول

$k+1 = -k+3 \rightarrow 2k = 2 \rightarrow \boxed{k=1} \rightarrow$ $|x-2| \neq 0 \rightarrow x \neq 2$; $|x-2| \neq 2 \rightarrow x \neq 4 \,,\; x \neq 0$; ۳ جواب دارد

$-k+1 = k+3 \rightarrow 2k = -2 \rightarrow k = -1 \rightarrow$

اگر $k=-1$ باشد مخرج عبارت $||x-2|-1|+1$ همواره + می‌شود و هیچگاه صفر نمی‌شود.

۵

$y = 2x - [x]$

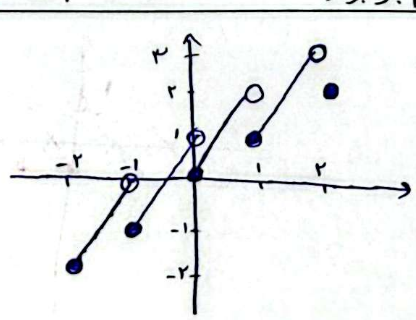
$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 2x+2$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 2x+1$

$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 2x$

$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow 2x-1$

$[x] = 2 \rightarrow y = 2$



۶

تابع همانی $y=x$ است

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x+a}+b=x$$

$$\frac{x^2-4x+3}{x+a}=x-b \to x^2-4x+3=(x+a)(x-b) \Rightarrow x^2-4x+3=x^2+x(a-b)-ab$$

$$a-b=-4 \to a=b-4$$

$$-ab=3 \to -(b-4)b=3 \to b^2-4b+3=0 \Rightarrow (b-1)(b-3)=0 \begin{cases} b=1 \to a=-3 \\ b=3 \to a=-1 \end{cases}$$

حالت اول $a-b=-3-1=\boxed{-4}$ ① حالت دوم $a-b=-1-3=\boxed{-4}$

۷

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} \\ \frac{ax+2}{x+b} \end{cases}$$

$$\to \frac{(x+2)\cancel{(x^2-1)}}{\cancel{x^2-1}}=x+2 \quad g(x)=x+c \to f=g \to \boxed{c=2}$$

$\frac{ax+2}{x+b} \xrightarrow{x=1}$ جایگذاری $\frac{a+2}{1+b}=1+2 \to a+2=3+3b \quad a-3b=1$ ①

$x=-1$ جایگذاری می‌کنیم

$$\frac{-a+2}{b-1}=1 \to -a+2=b-1 \to a+b=3 \to a=3-b \quad ②$$

$$\xrightarrow{①,②} -b+3-3b=1 \to 4b=2 \to b=\frac{1}{2}, \quad a=\frac{5}{2}$$

$$b+c=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

۸

$$f(x)=\sqrt{4x-3a}+k-1, \quad g(x)=\sqrt{b-4x}+3k \quad 2f-g=\{(1,k)\}$$

$$D_f = x\geq\frac{3a}{4} \qquad D_g=\frac{b}{4}\geq x$$

در واقع یعنی دامنه‌ی مشترک نقطه‌ی f و g ، $x=1$ است

$$\to 4-3a=0 \to a=\frac{4}{3}$$

$$b-4=0 \to b=4$$

← چون زیر یکی از رادیکال‌ها $4x$ و زیر رادیکال دیگر $-4x$ داریم تنها درحالتی دامنه‌ی مشترک می‌گیرند که زیر رادیکال‌ها به ازای $x=1$ صفر شود.

$$2f-g=2k-2-3k=k \to 2k=-2 \to k=-1$$

$$3a-\frac{b}{2}-k \to 3\left(\frac{4}{3}\right)-\frac{4}{2}-(-1)=4-2+1=\boxed{3}$$

۹

$$f(x)=\sqrt{m-x}+n \qquad g(x)=\sqrt{2x+2} \qquad f(3)-g(3)=6\sqrt{2}$$

$$D_{f\cap g}=[-1,7] \qquad D_g=x\geq -1 \qquad g(3)=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$D_f \quad m-x\geq 0 \to m\geq x \to m=7$$

$$f(x)=\sqrt{7-x}+n$$

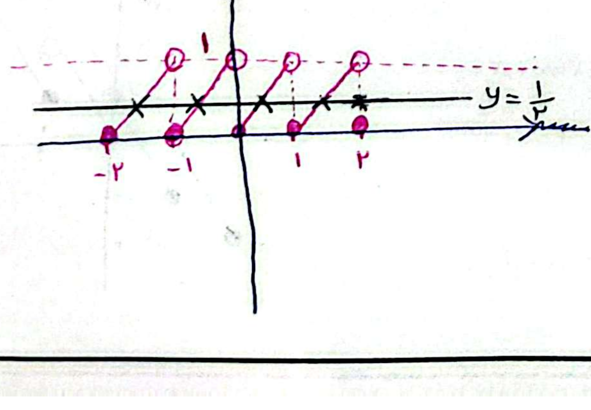
$$f(3)=2+n$$

$$f(3)-g(3)=2+n-2\sqrt{2}=6\sqrt{2} \to n=8\sqrt{2}-2 \to m+n=5+8\sqrt{2}$$

۱۰

تابع $[x-[x]]$ همواره در بازه‌ی ۰ تا ۱ است و به صورت مقابل رسم می‌شود

$$y=\underbrace{(-1)^2}_{1}(x-[x])=\frac{1}{2} \to$$



در ۴ نقطه نمودار مقابل را قطع می‌کند