حسابان - تکلیف شماره ۲ ‏ ۱۹٫۵ آفرین!

۱ - (۲)

$f(x) = (x+1)^{۲} + (۳x-۱)^{۲} + mx^{۲} + nx + mn$

$\rightarrow f(x) = x^{۲} + ۱ + ۲x + ۹x^{۲} + ۱ - ۶x + mx^{۲} + nx + mn$

$\rightarrow f(x) = (۱۰+m)x^{۲} + (n-۴)x + mn + ۲ \longrightarrow ۱۰ + m = ۰ \longrightarrow \boxed{m = -۱۰}$

$\hookrightarrow n - ۴ = ۰ \longrightarrow \boxed{n = ۴}$

$f(x) = ۲ + (-۱۰)(۴) = \boxed{-۳۸}$

$g(x) = \{\underbrace{(۴,m)}_{(۴,-۱۰)}\underbrace{(n,p+۱)}_{(۴,p+۱)}\underbrace{(p+۲,-۱)}_{(-۹,-۱)}\underbrace{(-۹,p+k)}_{p+k=-۱ \longrightarrow -۱۱+k=-۱ \longrightarrow \boxed{k=۱۰}}\}$

$p + ۱ = -۱۰ \longrightarrow \boxed{p = -۱۱}$

$m + n + p + k = -\cancel{۱۰} + ۴ + \cancel{۱۰} - ۱۱ = \boxed{-۷}$ جواب ✓

---

۲ - (۲)

الف) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-۲}{x^{۴}-۲x^{۲}-۸}}$

$\dfrac{x-۲ \nearrow ۲}{x^{۴}-۲x^{۲}-۸} \geq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۲^{*} & \\ - & | & + & | & + \end{array}$

$\longrightarrow D_f = (-۲, +\infty) - \{۲\}$ ✓

$\downarrow$

$(x^{۲}-۴)\underbrace{(x^{۲}+۲)}_{+} \longrightarrow \boxed{x \neq \mp ۲}$

$\swarrow ۲ \quad \searrow -۲$

ب) $f(x) = \dfrac{۲x^{۲}+۱}{۴-۲[-x]} \longrightarrow ۴ - ۲[-x] \neq ۰ \longrightarrow ۲[-x] \neq ۴ \longrightarrow [-x] \neq ۲$

x نباید در این بازه باشد. $\longleftarrow -۳ < x \leq -۲$

$\longrightarrow D_f = R - (-۳, -۲]$ ✓

---

۳ - (۲)

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^{۲}-۱)}}{\sqrt{|x|+x}}$

$x(x^{۲}-۱) \geq ۰$

$\swarrow ۱ \quad \searrow -۱$

$\begin{array}{ccccccc} & -۱ & & ۰ & & ۱ & \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$

$[-۱, ۰] \cup [۱, +\infty) \ I$

$|x| + x > ۰ \longrightarrow (۰, +\infty) \ II$

$I \cap II \Rightarrow D_f = [۱, +\infty)$ ✓

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-۲| - x^{۲}}}{|x| - ۱}$

$|x| - ۱ \neq ۰ \longrightarrow |x| \neq ۱ \longrightarrow \boxed{x \neq \pm ۱} \ I$

نکات ب

$$|x-۲|-x^۲ \geq ۰ \longrightarrow |x-۲| \geq x^۲$$

$x < ۲$	$x \geq ۲$
$۲-x-x^۲ \geq ۰$	$x-۲-x^۲ \geq ۰$
$x^۲+x-۲ \leq ۰$	$\underbrace{x^۲-x+۲}_{\text{همواره مثبت}\ ,\ \Delta<۰} \leq ۰$ ✗
$(x+۲)(x-۱) \leq ۰$	

$-۲ \quad ۱$

$+ \mid - \mid + \longrightarrow [-۲,۱]\ \text{II}$

$$\text{I} \cap \text{II} \longrightarrow D_f = [-۲,۱) - \{-۱\}$$

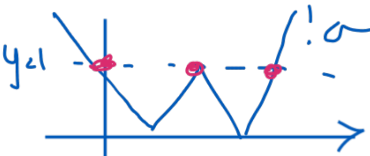
---

۴ -

۲

بارسم شکل راحت‌تر به جواب می‌رسی! /۵

$$y = \frac{۱}{||x-۲|-۱|-K}$$



$\longrightarrow \boxed{K=۱}$

$$||x-۲|-۱| \neq K \xrightarrow{\text{if}} ||x-۲|-۱| = K \longrightarrow |x-۲|-۱=K$$

$K \geq ۰$

$|x-۲| = K+۱$

$x-۲ = K+۱ \longrightarrow \boxed{x = K+۳}$

$۲-x = K+۱ \longrightarrow \boxed{x = ۱-K}$

$|x-۲|-۱ = -K$

$|x-۲| = ۱-K \longrightarrow x-۲ = ۱-K \longrightarrow \boxed{x = ۳-K}$

$\hookrightarrow ۲-x = ۱-K \longrightarrow \boxed{x = ۱+K}$

K سه مقدار می‌تواند باشد پس ۲ مقدار از این ها باهم مساوی اند.

$K+۳ = ۳-K \longrightarrow K=۰ \longrightarrow$ اگر $K=۰$ دو مقدار x غ ق ق است در حالی که باید ۳ تا باشد ✗

$۱+K = ۳-K \longrightarrow ۲K=۲ \longrightarrow \boxed{K=۱}$ ✓ جواب $\longrightarrow$ برای $K=۱$ سه مقدار $\{۲,۰,۴\}$ ق ق نیست؟ ۲ مقدار

$K+۳ = ۱-K \longrightarrow \boxed{K=-۱}$ غ ق ق $\longrightarrow K \geq ۰$

$۱+K = ۱-K \longrightarrow \boxed{K=۰}$ غ ق ق

$K=۱ \longrightarrow |x-۲|-۱=۱ \longrightarrow |x-۲|=۲$ ۲ مقدار

$|x-۲|-۱=-۱ \longrightarrow |x-۲|=۰$ یک مقدار

---

۵ -

۱/۷۵

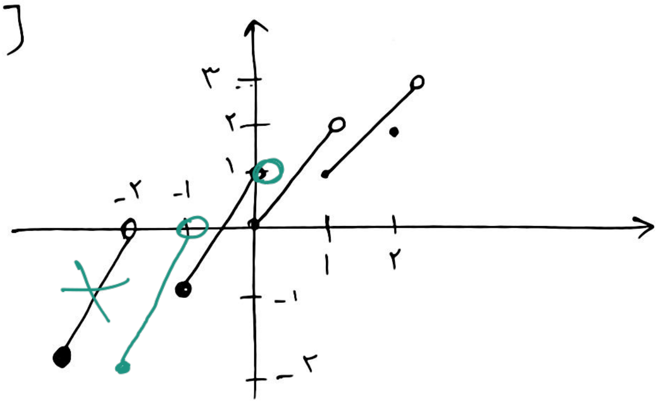
$y = ۲x-[x] \qquad [-۲,۲]$

$-۱ \leq x < ۰ \longrightarrow y = ۲x+۱$

$۰ \leq x < ۱ \longrightarrow y = ۲x$

$۱ \leq x < ۲ \longrightarrow y = ۲x-۱$

$-۲ \leq x < -۱ \longrightarrow y = ۲x+۲$



نکات

$$f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{x+a}+b \longrightarrow$$ تابع همانی

۶ -

②

$$\frac{x^۲-۴x+۳+xb+ab}{x+a}=x \longrightarrow \frac{x^۲+(b-۴)x+۳+ab}{x+a}=x$$

$$\cancel{x^۲}+(b-۴)x+۳+ab=\cancel{x^۲}+ax$$

$$\begin{cases} b-۴=a \longrightarrow b=a+۴ \\ ۳+ab=۰ \longrightarrow ۳+a(a+۴)=۰ \longrightarrow a^۲+۴a+۳=۰ \longrightarrow a=-۱ \text{ یا } -۳ \end{cases}$$

$$\text{if } a=-۱ \longrightarrow b=۳ \longrightarrow a-b=\boxed{-۴}$$ ✓ جواب

$$\text{if } a=-۳ \longrightarrow b=۱ \longrightarrow a-b=\boxed{-۴}$$

---

۷ -

②

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱} & x\neq \pm ۱ \\ \dfrac{ax+۲}{x+b} & x=\pm ۱ \end{cases}$$

$$g(x)=x+c \longrightarrow \boxed{g(x)=x+۲}$$

$$x=۲ \longrightarrow \frac{۲^۳+۲(۴)-۲-۲}{۳}=\frac{۱۲}{۳}=۴ \longrightarrow ۴=۲+c \Rightarrow \boxed{c=۲}$$

$$x=۱ \longrightarrow f(x)=\frac{a+۲}{۱+b}$$

$$\hookrightarrow g(x)=۳$$

$$\frac{a+۲}{۱+b}=۳ \longrightarrow a+۲=۳+۳b$$

$$\boxed{a-۳b=۱}$$

$$x=-۱ \longrightarrow f(x)=\frac{۲-a}{b-۱}$$

$$\hookrightarrow g(x)=۱$$

$$\frac{۲-a}{b-۱}=۱ \longrightarrow ۲-a=b-۱$$

$$\boxed{a+b=۳}$$

$$\begin{cases} a-۳b=۱ \\ a+b=۳ \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a-۳b=۱ \\ -a-b=-۳ \end{cases} \longrightarrow -۴b=-۲ \longrightarrow \boxed{b=\frac{۱}{۲}}$$

$$b+c=\frac{۱}{۲}+۲=\boxed{\frac{۵}{۲}}$$ ✓ جواب

نکو بات ــــ ۱,۷۵

۸ ـ چون فقط یک نقطه در دامنه آنها مشترک است ← پس عبارت‌های زیر رادیکال قرینه اند.

$f(x) = \sqrt{۴x - ۳a} + k - ۱$

$g(x) = \sqrt{b - ۴x} + ۳k$

$۴x - ۳a = -(b - ۴x)$

$\cancel{۴x} - ۳a = \cancel{۴x} - b$

$\boxed{b = ۳a}$ ← و چون ریشه آنها ۱ است ← $b - ۴ = ۰$

$\boxed{b = ۴}$ ✓ $\boxed{a = \frac{۴}{۳}}$ ✓

دقت کن!

$۲k - ۲ + ۳k = k \longrightarrow ۴k = ۲ \longrightarrow \boxed{k = \frac{۱}{۲}}$

$۲f(۱) - g(۱) = ۲k - ۲ - ۳k = k \longrightarrow ۲k = ۲ \longrightarrow k = -۱$

$۳a - \frac{b}{۲} - k = ۳(\frac{۴}{۳}) - \frac{۴}{۲} - \frac{۱}{۲} = ۴ - \frac{۵}{۲} = \cancel{\frac{۳}{۲}}$ جواب

$\longrightarrow ۴ - ۲ - (-۱) = ۳$

---

۹ ـ ۲

$f(x) = \sqrt{m - x} + n$ $\quad D_{f\times g} = [-۱, ۷]$

$g(x) = \sqrt{۲x + ۲} \longrightarrow D_g \rightarrow ۲x + ۲ \geq ۰ \longrightarrow \boxed{x \geq -۱}$

$D_f \rightarrow m - x \geq ۰ \rightarrow x \leq m \longrightarrow x \leq ۷ \longrightarrow \boxed{m = ۷} \rightarrow f(x) = \sqrt{۷ - x} + n$

$D_{f\times g} = [-۱, ۷]$ طبق ↵

$f - g(۳) \Rightarrow f(۳) = \sqrt{۷ - ۳} + n = ۲ + n$

$g(۳) = \sqrt{۲(۳) + ۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$

$۲ + n + ۲\sqrt{۲} = ۶\sqrt{۲}$

$\boxed{n = ۸\sqrt{۲} - ۲}$

$m + n = ۷ + ۸\sqrt{۲} - ۲ = ۸\sqrt{۲} + ۵$ جواب ✓

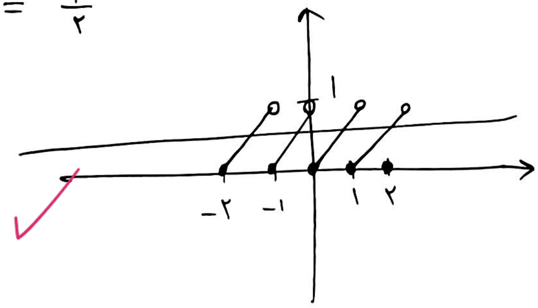
---

۱۰ ـ در بازه $[-۲, ۲]$ ۲

$y = (\underset{۱}{\cancel{-۱}})^{۲}(x - [x]) = \frac{۱}{۲}$

$\longrightarrow y = x - [x] = \frac{۱}{۲}$ ✓

$۰ \leq x - [x] < ۱$



معادله ۴ جواب دارد. $y = \frac{۱}{۲}$