۲/۱۱/۶

فاطمه رستمیان - دوازدهم سه شنبه

سوال ۱

$f(x) = (x+۱)^۲ + (۳x-۱)^۲ + mx^۲ + nx + mn$

$f(x) = x^۲ + ۲x + ۱ + ۹x^۲ + ۱ - ۶x + mx^۲ + nx + mn$

$f(x) = (۱۰+m)x^۲ + (-۴+n)x + ۲ + mn$ در تابع ثابت ضریب $x^۲$ و x باید صفر باشد

$۱۰ + m = ۰ \to \boxed{m = -۱۰}$ $\quad -۴ + n = ۰ \to \boxed{n = ۴}$

$f(x) = ۲ + -۱۰ \times ۴ \to -۳۷$

$g(x) = \{(۴, \overset{-۱۰}{\cancel{m}}), (\overset{۴}{\cancel{n}}, p+۱), (\underset{۹}{\cancel{p+}}۴, -۱), (-۹, p+k)\}$

$p + ۱ = -۱۰$

$\boxed{p = -۱۱}$

$p + k = -۱$

$-۱۱ + k = -۱$

$\boxed{k = ۱۰}$

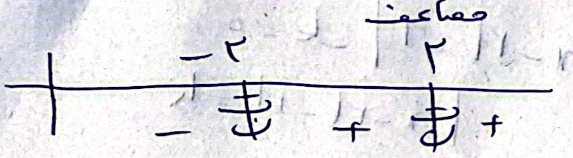
$m + n + p + k = \cancel{-۱۰} - ۱۱ + ۴ \cancel{-۱۰} = \boxed{-۷}$

سوال ۲

الف) $\sqrt{\dfrac{x-۲}{x^۴ - ۲x^۲ - ۸}} \geq ۰ \quad x^۲ = t$

$t^۲ - ۲t - ۸ = ۰ \to (\overset{۴}{t-۴})(\overset{-۲}{t+۲}) = ۰$

$x^۲ = -۲$ غ ق ق $\quad x^۲ = ۴ \to \boxed{x = \pm ۲}$



$D = (-۲, +\infty) - \{۲\}$

ب) $f(x) = \dfrac{۲x^۲ + ۱}{۴ - ۲[-x]}$

مخرج $\neq ۰$

$D_f = \mathbb{R} - (-۳, -۲]$

$۴ - ۲[-x] = ۰$

$۲[-x] = ۴ \to [-x] = ۲$

$۲ \leq -x < ۳ \to -۲ \geq x > -۳$

سوال ۳

الف) $\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$ $\rightarrow 0, \pm 1$

$|x|+x \neq 0 \rightarrow R^+$ ①

$$\begin{array}{c|ccccccc} & & -1 & & 0 & & 1 & \\ \hline & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$ ②

برامون

①$\cap$② $\rightarrow [1, +\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$ $\quad |x|-1 \neq 0 \rightarrow |x| \neq 1 \rightarrow x \neq \pm 1$ ①

$|x-2|-x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq |x-2| \rightarrow \quad x^2 \leq x-2$

$x^2 - x + 2 \leq 0 \rightarrow \emptyset$

$x - 2 \leq -x^2 \longrightarrow$

$\rightarrow x^2+x-2 \leq 0 \rightarrow (x+2)(x-1) \leq 0$

$$\begin{array}{c|ccccc} & & -2 & & 1 & \\ \hline & + & | & - & | & + \end{array}$$

$-2 \quad 1$

$[-2, 1]$ ②

①$\cap$② $\rightarrow [-2, 1] - \{\pm 1\}$

سوال ۴

$y = \dfrac{1}{||x-2|-1|-k} \xrightarrow{\text{۳ عدد صفر جواب کنه}} ||x-2|-1|-k=0$

$||x-2|-1| = k$

$|x-2|-1 = k \rightarrow |x-2| = k+1$

$|x-2|-1 = -k \rightarrow |x-2| = -k+1$

$|x-2| = k+1 \rightarrow x-2 = k+1 \rightarrow x = k+\overset{4}{\cancel{3}}$

$\quad \rightarrow x-2 = -k-1 \rightarrow x = -k+\overset{0}{\cancel{1}}$

$\quad x-2 = -k+1 \rightarrow x = -k+\overset{2}{\cancel{3}}$

$|x-2| = -k+1$

$\quad \rightarrow x-2 = k-1 \rightarrow x = k+\overset{2}{\cancel{1}}$

$-k+3 = k+1$

$2k = 2$

$\boxed{k=1}$

چون ۳ عدد در دامنه ⊗
یکی از ۲ xها باهم
برابر بشه

$y = ۲x - [x]$ $[-۲,۲]$ سوال ۸ (ص

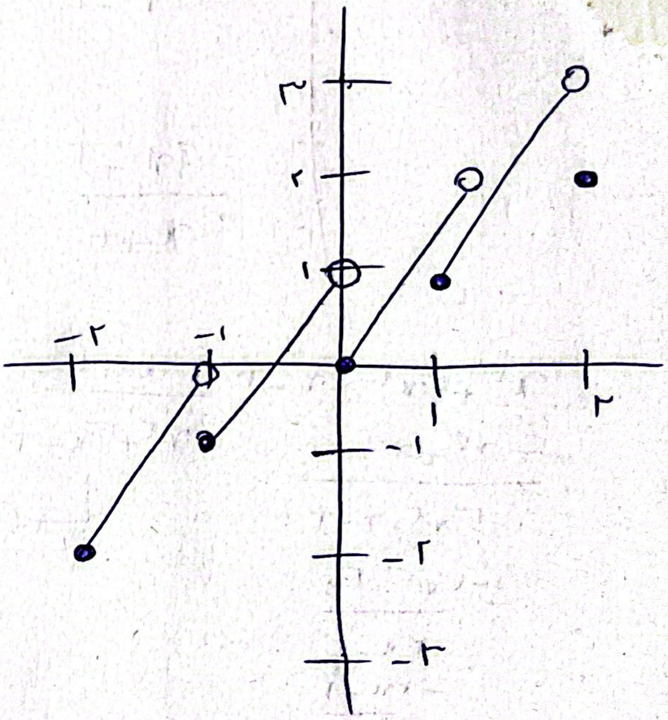
$-۲ \leqslant x < -۱ \rightarrow [x] = -۲ \rightarrow y = ۲x + ۲$

$-۱ \leqslant x < ۰ \rightarrow [x] = -۱ \rightarrow y = ۲x + ۱$

$۰ \leqslant x < ۱ \rightarrow [x] = ۰ \rightarrow y = ۲x$

$۱ \leqslant x < ۲ \rightarrow [x] = ۱ \rightarrow y = ۲x - ۱$

$x = ۲ \rightarrow ۳$



$f(x) = \frac{x^۲ - ۴x + ۳}{x + a} + b$ تابع همانی یعنی $\rightarrow f(x) = x$ سوال ۹

$\frac{x^۲ - ۴x + ۳ + bx + ba}{x + a} = x \longrightarrow x^۲ + ax = x^۲ + (b - ۴)x + ۳ + ba$

$\left.\begin{array}{l} b - ۴ = a \rightarrow b = a + ۴ \\ ab = -۳ \end{array}\right\}$ $a(a + ۴) = -۳$ $a^۲ + ۴a = -۳$

$a^۲ + ۴a + ۳ = ۰ \rightarrow (\underset{-۳}{a + ۳})(\underset{-۱}{a + ۱}) = ۰$

$a = -۱ \rightarrow b = ۳$

$a = -۳ \rightarrow b = ۱$

$a - b \rightarrow -۱ - ۳ = -۴$

$\rightarrow -۳ - ۱ = -۴$

$a - b = \boxed{-۴}$

مثال ۷

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-1} & x\neq\pm1\\[2ex] \dfrac{ax+۲}{x+b} & x=\pm1\end{cases}$$

$g(x)=x+c$

$b+c=؟$

$$\begin{array}{l|l} x^۳+۲x^۲-x-۲ & x-1\\ \hline -x^۳+x^۲ & x^۲+۳x+۲ \to (x+۲)(x+1)\\ \hline ۳x^۲-x-۲ & \\ -۳x^۲+۳x & \\ \hline ۲x-۲ & \\ -۲x+۲ & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\frac{(\cancel{x-1})(x+۲)(\cancel{x+1})}{(\cancel{x+1})(\cancel{x-1})}=x+۲$$

$x+۲=x+c \to \boxed{c=۲}$

$\dfrac{ax+۲}{x+b}\xrightarrow{x=1}\dfrac{a+۲}{1+b}=\overset{1+۲}{۳} \to ۳+۳b=۲+a \to \boxed{a=1+۳b}$

$\dfrac{-a+۲}{-1+b}=\overset{-1+۲}{1} \to -1+b=-a+۲ \to \boxed{b+a=۳}$

$\cancel{a}-۳b=1$

$\cancel{a}+b=۳$

$-۴b=-۲ \to \boxed{b=\frac{1}{۲}}$

$\frac{1}{۲}+۲=\boxed{۲/۵}$

سوال ۸

$f(x)=\sqrt{۴x-۳a}+k-۱$ $\quad$ $g(x)=\sqrt{b-۴x}+۳k$

$۲f-g=\{(۱,k)\}$ $\quad$ $۳a-\frac{b}{۲}-k=؟$

$b-۴x\geq ۰ \rightarrow \frac{b}{۴}\geq x$

$۴x-۳a\geq ۰ \rightarrow x\geq \frac{۳}{۴}a$

$D_f\cap D_g=\{۱\} \rightarrow \frac{۳}{۴}a=۱ \rightarrow \boxed{a=\frac{۴}{۳}}$

$\rightarrow \frac{b}{۴}=۱ \rightarrow \boxed{b=۴}$

$۲f-g=۲\sqrt{\underset{۰}{\cancel{۴x-۴}}}+۲k-۲-\sqrt{\underset{۰}{\cancel{۴-۴x}}}-۳k=k$

$\cancel{۲k}-۲-\cancel{۳k}=k \rightarrow ۲k=-۲ \rightarrow \boxed{k=-۱}$

$۳a-\frac{b}{۲}-k \rightarrow \cancel{۳}(\frac{۴}{\cancel{۳}})-\frac{۴}{۲}+۱=۴-۲+۱=\boxed{۳}$

سوال ۹

$g(x)=\sqrt{۲x+۲} \rightarrow ۲x+۲\geq ۰ \rightarrow ۲x\geq -۲ \rightarrow x\geq -۱$

$f(x)=\sqrt{m-x}+n \rightarrow m-x\geq ۰ \rightarrow x\leq m$

$-۱\leq x\leq ۷ \rightarrow \boxed{m=۷}$

$f(۳)-g(۳)=۶\sqrt{۲} \rightarrow \sqrt{۷-۳}+n-۲\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲}$

$۲+n=۸\sqrt{۲} \rightarrow \boxed{n=۸\sqrt{۲}-۲}$

$m+n \rightarrow ۷+۸\sqrt{۲}-۲=\boxed{۵+۸\sqrt{۲}}$

سوال ۱۰

$y = (-1)^{۲} (x - [x]) = \frac{1}{۲}$

$[x] = -۲$

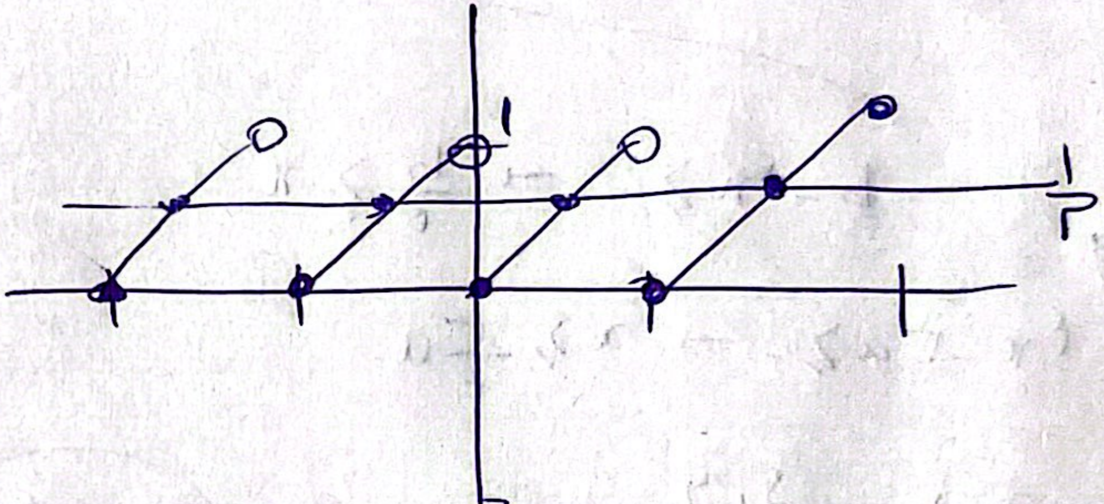
$-۲ \leq x < -۱ \rightarrow y = x + ۲$

$-۱ \leq x < ۰ \xrightarrow{[x] = -۱} y = x + ۱$

$۰ \leq x < ۱ \xrightarrow{[x] = ۰} y = x$

$۱ \leq x < ۲ \xrightarrow{[x] = ۱} y = x - ۱$

$x = ۲ \rightarrow y = ۲$



۴ نقطه قطع کرده

پس معادله ۴ جواب دار