۱۴۰۴ / ۵/۲۷ نازگل قنبری No تکلیف ۲
Date

ثابت

۱_ ضریب $x^۲$ و x صفر باشند: $f(x)=x^۲+۲x+۱+۹x^۲-۶x+۱+mx^۲+nx+mn$

$\Rightarrow x^۲(۱+۹+m)+x(۲-۶+n)+mn+۲ \Rightarrow ۱۰+m=۰ \rightarrow m=-۱۰ \,,\, -۴+n=۰ \rightarrow n=۴$

$\Rightarrow f(x)=mn+۲=(-۱۰\times۴)+۲=-۳۸$

تابع

$g(x)=\{(۴,-۱۰)(۴,p+۱)(p+۲,-۱)(-۹,p+k)\} \Rightarrow (۴,-۱۰)=(۴,p+۱)\Rightarrow p=-۱۱$

$\Rightarrow (p+۲,-۱)=(-۹,-۱) \rightsquigarrow (-۹,-۱)=(-۹,\underbrace{p+k}_{-۱۱+k}) \Rightarrow -۱=-۱۱+k \rightarrow k=۱۰$

$\Rightarrow m+n+p+k=-۱۰+۴-۱۱+۱۰=-۶$

۲_ الف) $y=\sqrt{\dfrac{x-۲}{x^۴-۲x^۲-۸}} \Rightarrow x^۴-۲x^۲-۸\neq۰ \rightsquigarrow (\underbrace{x^۲-۴}_{x^۲\neq۴})(\overset{\text{همواره }+}{x^۲+۲})\neq۰ \Rightarrow x\neq\pm۲ \ (I)$

۲ ←

و $\dfrac{x-۲}{(x^۲-۴)(x^۲+۲)}\geq۰ \Rightarrow$ $-۲ \quad ۲^*$ / $- \; ت \; + \; ت \; +$ $(II) \rightsquigarrow (I)\cap(II)=(-۲,۲)\cup(۲,+\infty)=D$

±۲

ب) $f(x)=\dfrac{۲x^۲+۱}{۴-۲[-x]} \Rightarrow ۴-۲[-x]\neq۰ \Rightarrow ۴\neq۲[-x] \Rightarrow ۲\neq[-x]$

$\Rightarrow x\notin[-۲,-۳)=D_f$

۳_ الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^۲-۱)}}{\sqrt{|x|+x}} \Rightarrow x(x^۲-۱)\geq۰ \Rightarrow$ $-۱ \quad ۰ \quad ۱$ / $- \; + \; - \; +$ $=[-۱,۰]\,,\,[۱,+\infty)\ (I)$

$, \ |x|+x>۰ \Rightarrow |x|>-x \Rightarrow x>۰ \ (II)$

$D_f=(I)\cap(II)=[۱,+\infty)$

$a>۰$
$\Delta<۰$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-۲|-x^۲}}{|x|-۱} \Rightarrow |x-۲|-x^۲\geq۰ \Rightarrow |x-۲|\geq x^۲ \Rightarrow \begin{cases} x-۲\geq x^۲ \Rightarrow x^۲-x+۲\leq۰ \\ \rightsquigarrow \varnothing \ \text{همواره }+ \ (I) \\ x-۲\leq -x^۲ \rightarrow x^۲+x-۲\leq۰ \\ \rightsquigarrow \ -۲ \quad ۱ \ / \ + \; - \; + \ =[-۲,۱]\ (II) \end{cases}$

$, \ |x|-۱\neq۰ \rightarrow |x|\neq۱ \rightarrow x\neq\pm۱ \ (III)$

$\rightsquigarrow D_f=(I)\cap(II)\cap(III)=[-۲,-۱)\cap(-۱,۱)$

۴_ برای هیچ یک از دو معادله باید: $||x-۲|-۱|=k \Rightarrow \begin{cases} |x-۲|=k+۱ \ \text{همیشه ۲ جواب} \ (x=۲\pm(k+۱)) \\ |x-۲|=۱-k \ \text{، } k<۱ \ \text{تنها اگر} \ \text{۲ جواب می‌دهد} \ (x=۲\pm(۱-k)) \end{cases}$

⇐ برای اینکه ۳ جواب داشته باشد، یک جواب تکراری باشد و تداخل داشته باشند

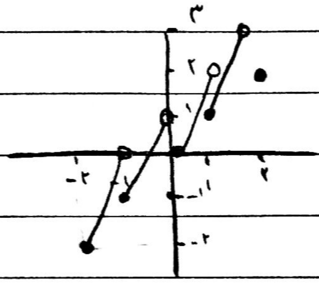
No
Date

$|x-۲| = k+۱ \Rightarrow x = ۰,۴$

$\Rightarrow$ [illegible] $\boxed{k=۱}$ ایـن استن $|x-۲| = ۱-k \Rightarrow x = ۲$

پس $K=۱$.

$y = ۲x - [x] \,,\, x \in [-۲,۲]$ ـ۵



$f(x) = \dfrac{x^۲ - ۴x + ۳}{x+a} + b = \overset{\text{همانی}}{x} \Rightarrow \dfrac{x^۲ - ۴x + ۳ + bx + ab}{x+a} = x$ ـ۶

$$\Rightarrow x^۲ + x(b-۴) + ۳ + ab = x^۲ + ax \Rightarrow \begin{cases} b-۴ = a \Rightarrow a-b = -۴ \\ ab = -۳ \Rightarrow a = -\dfrac{۳}{b} \Rightarrow b + \dfrac{۳}{b} = ۴ \\ \Rightarrow b^۲ - ۴b + ۳ = ۰ \Rightarrow b_۱ = ۱ , b_۲ = -۳ \end{cases}$$

$\Rightarrow$ if $b = ۱ \Rightarrow a = -۳ \Rightarrow a - b = -۳ - ۱ = -۴$, if $b = -۳ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow \boxed{a - b = ۴}$

$\dfrac{x^۳ + ۲x^۲ - x - ۲}{x^۲ - ۱} = \dfrac{(x^۲-۱)(x+۲)}{(x^۲-۱)} \xrightarrow{x \neq \pm ۱} x + ۲ \Longrightarrow x + c = x + ۲ \Rightarrow \boxed{c = ۲}$ ـ۷

جاگذاری $x=\pm۱$: $x = ۱ \Rightarrow \dfrac{a+۲}{۱+b} = ۳ \Rightarrow a + ۲ = ۳ + ۳b \Rightarrow$

ضابطه دوم $x = -۱ \Rightarrow \dfrac{۲-a}{b-۱} = ۱ \Rightarrow ۲ - a = b - ۱ \Rightarrow$

$$\begin{cases} a - ۳b = ۱ \\ a + b = ۳ \end{cases} \quad b = \dfrac{۱}{۲} , a = +\dfrac{۵}{۲}$$

$\Rightarrow b + c = \dfrac{۱}{۲} + ۲ = \dfrac{۵}{۲}$

$$\left.\begin{array}{l} D_f = x \geq \dfrac{۳a}{۴} \\ D_g = x \leq \dfrac{b}{۴} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{دامنه‌ها}]{\text{اشتراک}} \overbrace{\dfrac{۳a}{۴} = \dfrac{b}{۴}}^{\text{چون نقطه ابتدا، انتها، برابر دارن}} = ۱ \Rightarrow \begin{array}{l} a = \dfrac{۴}{۳} \\ b = ۴ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} f(x) = \sqrt{۴x - ۴} + k - ۱ \\ g(x) = \sqrt{۴ - ۴x} + ۳k \end{array}$$ ـ۸

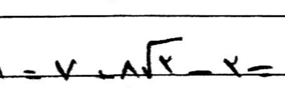
۱-۵ ۱-۲

$۲f - g = ۲\sqrt{۴x - ۴} + ۲k - ۲ - \sqrt{۴ - ۴x} - ۳k \xrightarrow{(۱,k)} ۲k - ۲ - ۳k = -k - ۲ = k \Rightarrow k = -۱$

$\Rightarrow ۳a - \dfrac{b}{۲} - k = ۳\left(\dfrac{۴}{۳}\right) - \dfrac{۴}{۲} + ۱ = ۴ - ۲ + ۱ = ۳$

$$\left.\begin{array}{l} D_f = m \geq x \\ D_g = x \geq -۱ \end{array}\right\} D_f \cap D_g = [-۱, ۷] \Rightarrow m = ۷ , f(۳) - g(۳) = ۲ + n - ۲\sqrt{۲} = ۶\sqrt{۲}$$ ـ۹

$\Rightarrow n = ۸\sqrt{۲} - ۲ \Rightarrow m + n = ۷ + ۸\sqrt{۲} - ۲ = ۵ + ۸\sqrt{۲}$

$y = x - [x] = \dfrac{۱}{۲} \Rightarrow$  ∞ جواب ـ۱۰