تکلیف ۲ — No / Date

۱۴۰۴/۵/۲۷ — تارا جل قمشیری

با دقت بیشتری حل کن!

۱۸/۵

۱,۷۵

۱- ضریب x^2 و x صفر باشند:

$f(x) = x^2+2x+1 + 9x^2-6x+1 + mx^2+nx+mn$

$\Rightarrow x^2(1+9+m)+x(2-6+n)+mn+2 \Rightarrow 10+m=0 \Rightarrow m=-10 ,\ -4+n=0 \Rightarrow n=4$

$\Rightarrow f(x) = mn+2 = (-10\times4)+2 = -38$

$g(x) = \{(4,-10)(4,p+1)(p+2,-1)(-9,p+k)\} \Rightarrow (4,-10)=(4,p+1) \Rightarrow p=-11$

$\Rightarrow (p+2,-1)=(-9,-1) \Rightarrow (-9,-1)=(-9,p+k) \Rightarrow -1=-11+k \Rightarrow k=10$

$\Rightarrow m+n+p+k = -10+4-11+10 = -7$

۲

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \Rightarrow x^4-2x^2-8 \neq 0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+2) \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2$ (I) — همواره +

و $\dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)} \geq 0 \Rightarrow$ جدول تعیین علامت (II) $\Rightarrow$ (I)∩(II) $= (-2,2)\cup(2,+\infty) = D$

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \Rightarrow 4-2[-x] \neq 0 \Rightarrow 4 \neq 2[-x] \Rightarrow 2 \neq [-x]$

$\Rightarrow x \notin [-2,-3) = D_f$

۳

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \Rightarrow x(x^2-1) \geq 0 \Rightarrow = [-1,0] \cup [1,+\infty)$ (I)

$|x|+x>0 \Rightarrow |x|>-x \Rightarrow x>0$ (II)

D_f = (I)∩(II) $= [1,+\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \Rightarrow |x-2|-x^2 \geq 0 \Rightarrow |x-2| \geq x^2 \Rightarrow$

($a>0$, $\Delta<0$)

- $x-2 \geq x^2 \Rightarrow x^2-x+2 \leq 0 \Rightarrow \varnothing$ همواره + (I)
- $x-2 \leq -x^2 \Rightarrow x^2+x-2 \leq 0 \Rightarrow = [-2,1]$ (II)

$, |x|-1 \neq 0 \Rightarrow |x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$ (III) — دقت!

$\Rightarrow D_f$ = (I)∩(II)∩(III) $= [-2,-1)\cup(-1,1)$

۴- $||x-2|-1| = k \Rightarrow$ برای وضعیت از دو معادله:

- $|x-2| = k+1$ همیشه ۲ جواب $(x = 2\pm(k+1))$
- $|x-2| = 1-k$ تنها اگر $k<1$ ۲ جواب می‌دهد $(x = 2\pm(1-k))$

برای اینکه ۳ جواب داشته باشد، یک جواب تکراری باشد و تداخل داشته باشند

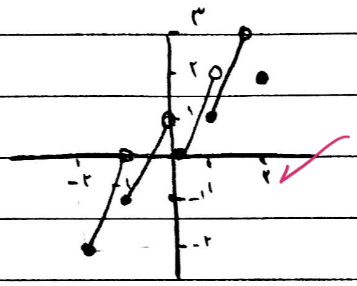
CORONA 32 Lines, 8mm

$|x-2| = k+1 \Rightarrow x = 0, 4$

$\Rightarrow$ (k=1) ... $|x-2| = 1-k \Rightarrow x = 2$

پس $k = 1$

5. $y = 2x[x], x \in [-2, 2]$ — بازه‌ها رو صحیح! بنویسید! (1)



6. $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x+a} + b \overset{\text{همانی}}{=} x \Rightarrow \frac{x^2-4x+3+bx+ab}{x+a} = x$ (2)

$\Rightarrow x^2 + x(b-4) + 3 + ab = x^2 + ax \Rightarrow \begin{cases} b-4 = a \Rightarrow a-b = -4 \\ ab = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{b} \Rightarrow b + \frac{3}{b} = 4 \\ \Rightarrow b^2 - 4b + 3 = 0 \Rightarrow b_1 = 1, b_2 = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow$ if $b = 1 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow a-b = -3-1 = -4$, if $b = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a-b = 4$

7. $\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} = \frac{(x^2-1)(x+2)}{(x^2-1)} \xrightarrow{x \neq \pm 1} x+2 \Rightarrow x + c = x+2 \Rightarrow c = 2$ (2)

در $x = \pm 1$ پیوستگی: $x = 1 \Rightarrow \frac{a+2}{1+b} = 3 \Rightarrow a+2 = 3+3b \Rightarrow \begin{cases} a-3b = 1 \\ a+b = 3 \end{cases}$

$x = -1 \Rightarrow \frac{2-a}{b-1} = 1 \Rightarrow 2-a = b-1$

$b = \frac{1}{2}, a = +\frac{5}{2}$

$\Rightarrow b + c = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$

8. چون فقط در یک نقطه تعریف دارن

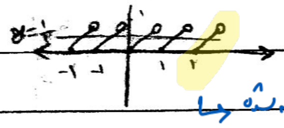
$D_f = x \geq \frac{3a}{4}$, $D_g = x \leq \frac{b}{4}$ $\xrightarrow{\text{تساوی نامساوی‌ها}}$ $\frac{3a}{4} = \frac{b}{4} = 1 \Rightarrow a = \frac{4}{3}, b = 4 \Rightarrow f(x) = \sqrt{4x-4} + k - 1$, $g(x) = \sqrt{4-4x} + 3k$ (2)

$2f - g = 2\sqrt{4x-4} + 2k - 2 - \sqrt{4-4x} - 3k \xrightarrow{(1,k)} 2k - 2 - 3k = -k - 2 = k \Rightarrow k = -1$

$\Rightarrow 3a - \frac{b}{2} - k = 3(\frac{4}{3}) - \frac{4}{2} + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$

9. $D_f = m \geq x$, $D_g = x \geq -1$ $\Big\} D_f \cap D_g = [-1, 7] \Rightarrow m = 7, f(3) - g(3) = 2 + n - 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (2)

$\Rightarrow n = 8\sqrt{2} - 2 \Rightarrow m + n = 7 + 8\sqrt{2} - 2 = 5 + 8\sqrt{2}$

10. $y = x - [x] = \frac{1}{2} \Rightarrow$  جواب (1.75)

در دامنه مشخص شده جواب ها نیست!