

سوال ۱) ازادبخانی تابع ثابت است ضرب x باید صفر باشد $\rightarrow f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn \Rightarrow f(x) = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn$

$$f(x) = (10+m)x^2 + (n-4)x + 2 + mn \rightarrow 10+m=0 \Rightarrow m=-10, n-4=0 \Rightarrow n=4 \Rightarrow f(x) = 2 + (-10)(4) = -38$$

$$g(x) = \{(4, m)(n, p+1)(p+2, -1)(-9, p+k)\} \Rightarrow g(x) = \{(4, -10)(4, p+1)(-9, -1)(-9, -11+k)\} \quad m+n+p+k = -10+4-11+10 = -7$$

$$p+1 = -1 \Rightarrow p = -2 \quad -11+k = -1 \Rightarrow k = 10$$

سوال ۲) الف) $y = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-2x^2-8}} \rightarrow (x^2-4)(x^2+2) \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow \frac{x-2}{x^2-2x^2-8} \geq 0 \quad D_y = (-2, +\infty) - \{2\}$

ب) $f(x) = \frac{2x^2+1}{4-2[-x]} \Rightarrow 4-2[-x] \neq 0 \Rightarrow 4 \neq 2[-x] \Rightarrow [-x] \neq 2 \Rightarrow D_f: \mathbb{R} - \{-3, -2\}$

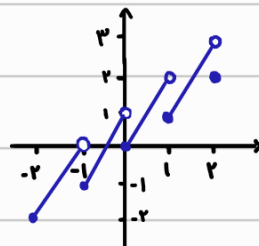
الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \rightarrow x(x^2-1) \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{-4+4-4} \quad x \in [-1, 0] \cup [1, +\infty)$
 $|x|+x > 0 \rightarrow$ فقط برای اعداد مثبت این رابطه برقرار است $\} \xrightarrow{n} D_f = [1, +\infty)$

ب) $f(x) = \frac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \Rightarrow |x-2|-x^2 \geq 0 \xrightarrow{x>2} x-2-x^2 > 0 \Rightarrow x^2-x+2 < 0 \rightarrow x \in \emptyset$
 $\xrightarrow{x<2} 2-x-x^2 > 0 \Rightarrow x^2+x-2 < 0 \quad (x+2)(x-1) \quad \frac{-2}{+2-2} \quad (-2, 1)$
 $|x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1 \quad \Rightarrow D_f = (-2, 1) - \{-1\}$

سوال ۴) $y = \frac{1}{||x-2|-1|-k} \Rightarrow ||x-2|-1|-k \neq 0 \Rightarrow ||x-2|-1| \neq k \rightarrow |x-2| \neq k+1 \rightarrow x \neq k+3$
 $\rightarrow k+3 = -k+1 \Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow k = -1$
 $\rightarrow x \neq -k+1$
 $|x-2| \neq -k+1 \rightarrow x \neq -k+3$
 $\Rightarrow -k+3 = k+1 \Rightarrow 2k = 2 \Rightarrow k = 1$
 $\rightarrow x \neq k+1$

ازادبخانی نه اگر $k = -1$ باشد برای عددی مخالف تابع تعریف می شود پس $k = 1$ است

سوال ۵) $y = 2x - [x] \quad [-2, 2]$
 $-2 < x < -1 \quad [x] = -2 \rightarrow y = 2x + 2$
 $-1 < x < 0 \quad [x] = -1 \rightarrow y = 2x + 1$
 $0 < x < 1 \quad [x] = 0 \rightarrow y = 2x$
 $1 < x < 2 \quad [x] = 1 \rightarrow y = 2x - 1$
 $x = 2 \rightarrow y = 2$



سوال ۶) ابتدا باید توان x^2 را از بین ببریم پس باید باری کنیم صورت با مخرج خط بخورد که این خودش دو حالت برای a ایجاد می کند

و در قدم بعد باید b را طوری تعیین کنیم که x را نتواند تا تابع همانی شود

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + a} + b$$

$$f(x) = \frac{(x-3)(x-1)}{x+a} + b \xrightarrow{a=1} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)} + b \xrightarrow{b=3} x-3+3=x \rightarrow a-b=-1-3=-4$$

$$\xrightarrow{a=-3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)} + b \xrightarrow{b=1} x-1+1=x \rightarrow a-b=-3-1=-4$$

سوال ۷)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} ; x \neq \pm 1 \Rightarrow \frac{x^3 + x^2 + x^2 - x - 2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2(x+1) + (x+1)(x-2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x+1)(x^2 + x - 2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x+1)(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = x+2 \\ \frac{ax+2}{x+b} ; x = \pm 1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow \frac{a+2}{1+b} = 3 \Rightarrow a+2=3+3b \Rightarrow a-3b=1, x=-1 \Rightarrow \frac{-a+2}{-1+b} = 1 \Rightarrow -a+2=-1+b \Rightarrow a+b=3 \end{cases}$$

$$g(x) = x+c \Rightarrow g(x) = x+2 \xrightarrow{x=1} g(1)=3, x=-1 \rightarrow g(-1)=1 \quad \begin{cases} a+b=3 \\ a-3b=1 \\ 4b=2 \Rightarrow b=\frac{1}{2}, a=\frac{5}{2} \end{cases} \quad b+c=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$$

سوال ۸)

$$f(x) = \sqrt{4x-3a} + k-1 \xrightarrow{x=1} \sqrt{4-3a} + k-1 \rightarrow 2f(1) = 2\sqrt{4-3a} + 2k-2 \quad D_f = 4x-3a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{4}a$$

$$g(x) = \sqrt{b-4x} + 3k \xrightarrow{x=1} \sqrt{b-4} + 3k \quad D_g = b-4x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{b}{4}$$

$$2f-g = \{(1,k)\} \Rightarrow 2\sqrt{4-3a} + 2k-2 - \sqrt{b-4} - 3k = k \Rightarrow 2\sqrt{4-3a} - \sqrt{b-4} = 2k+2 \quad a=\frac{4}{3}, b=4, 2k+2=0 \Rightarrow k=-1$$

از شرطی دامن f, g هم باید ا باشد چون اگر عدد دیگری در دامن هر دو بیان اشتراک داشت در جواب هم آن عدد مشترک حضور داشت!

$$\frac{3a}{4} = 1 = x = \frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{4}{3}, b=4, k=-1 \quad 3a - \frac{b}{4} - k = 3(\frac{4}{3}) - \frac{4}{4} + 1 = 3$$

سوال ۹)

$$f(x) = \sqrt{m-x} + n \rightarrow m-x \geq 0 \Rightarrow x \leq m \Rightarrow m=v \rightarrow f(v) = \sqrt{v-3} + n = 2+n$$

$$g(x) = \sqrt{2x+2} \rightarrow 2x+2 \geq 0 \quad x \geq -1 \Rightarrow g(v) = \sqrt{v} = 2\sqrt{2}$$

$$D_{f+g} = [-1, v] \Rightarrow x \leq v \text{ باشد}$$

$$f(v) - g(v) = 4\sqrt{2} \Rightarrow 2+n - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow 2+n = 6\sqrt{2} \Rightarrow n = 6\sqrt{2} - 2$$

$$m+n = v + 6\sqrt{2} - 2 = 5 + 6\sqrt{2}$$

$$y = (-1)^x (x - [x]) = \frac{1}{y} \quad [-2, 2] \Rightarrow x - [x] = \frac{1}{y}$$

سوال ۱۰) چنین شکل رسم شده ۴ جواب دارد.

