Random Note Book        کلاس: سربلندها
Subject
Date        بسم الله الرحمن الرحیم        تکلیف (۲) دو        نیلو حیدری

سؤال ①

$f(x) = (x+1)^۲ + (۳x-۱)^۲ + mx^۲ + nx + mn$

$= x^۲ + ۲x + ۱ + ۹x^۲ - ۶x + ۱ + mx^۲ + nx + mn$

$(۱+۹+m)x^۲ + (۲-۶+n)x + mn + ۲ \quad m = -۱۰$

$n = ۴$

$m = -۱۰ \qquad +۴ = n$

چون تابع ثابت داریم باید داشت بنابراین ضریب $x$ و $x^۲$ باید صفر باشد.

$g(x) = \{(۴, m), (n, p+۱), (p+۲, -۱), (-۹, p+k)\}$

$-۱۰ \qquad ۴ \qquad -۱۰ = p+۱ \qquad -۹ \qquad -۱$

$\boxed{p = -۱۱}$

$-۱۱ + k = -۱ \Rightarrow k = +۱۰$

$\boxed{m + n + p + k \Rightarrow -۱۰ + ۴ - ۱۱ + ۱۰ = -۷}$

سؤال ②

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-۲}{x^۴ - ۲x^۲ - ۸}} \Rightarrow \dfrac{x-۲}{x^۴ - ۲x^۲ - ۸} \geq ۰$

$x^۲ = t$

$\Rightarrow t^۲ - ۲t - ۸ \Rightarrow (t-۴)(t+۲)$

$x^۲ = ۴ \Rightarrow x = \pm ۲ \qquad x^۲ = -۲$ غق

| | $-۲$ | | $۲$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-$ | ○ | $+$ | ○ | $+$ |

$\boxed{\Rightarrow D_f = (-۲, ۲) \cup (۲, +\infty)}$

ب) $\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{$ریشه مخرج$\}$

$4 \neq 2[-x] \Rightarrow 2 \neq [-x] \Rightarrow 2 \le -x < 3 \Rightarrow -3 < x \le -2$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} - (-3,-2]}$$

سوال ۳ ص ۱۹

الف) $\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \Rightarrow$

$x(x^2-1) \ge 0$ $\quad \begin{array}{cccc} & -1 & 0 & 1 \\ - & + & - & + \end{array}$

$D_f \Rightarrow [-1,0] \cup [1,+\infty)$ ①

$|x|+x > 0 \to R^+ \checkmark \Rightarrow (0,+\infty)$ ②

$R^- \times$

$$\boxed{D_f\ ①,② \Rightarrow [1,+\infty)}$$

ب) $\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$ $=$ $|x-2| \ge x^2 \Rightarrow x^2 \le x-2$ ~~$\Rightarrow x \ge 2$~~

$x^2-x+2 \le 0$ $\quad \begin{array}{ccc} & - & \\ - & + & - \end{array}$ $\Rightarrow$ غ ق ق

$\Rightarrow 2-x \ge x^2 \Rightarrow x^2+x-2 \le 0$

$\begin{array}{cccc} & -2 & & 1 \\ + & & - & + \end{array} \Rightarrow [-2,1]$ ①

$|x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$

$$\boxed{\Rightarrow D_f = [-2,1) - \{-1\}}$$

سؤال ٤

أ - رسمه وجدول $D_f = \mathbb{R}$

$k+1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -1$

$||x-٢|-١| = k$

$|x-٢|-١$ مثبت يا صفر

$\Rightarrow |x-٢| = k+١ \Rightarrow$ ① $x-٢ = k+١ \Rightarrow x = k+٣$

مثبت يا صفر

② $x-٢ = -k-١ \Rightarrow x = ١-k$

مثبت يا صفر

$\Rightarrow |x-٢| = ١-k$

$k \geq ٠$

$١-k \geq ٠$

مثبت يا صفر

$\Rightarrow |x-٢| = ١-|k|$

صفر

$\boxed{١-k = ٠ \Rightarrow k = ١}$

سوال ۵

$y = 2x - [x] =$

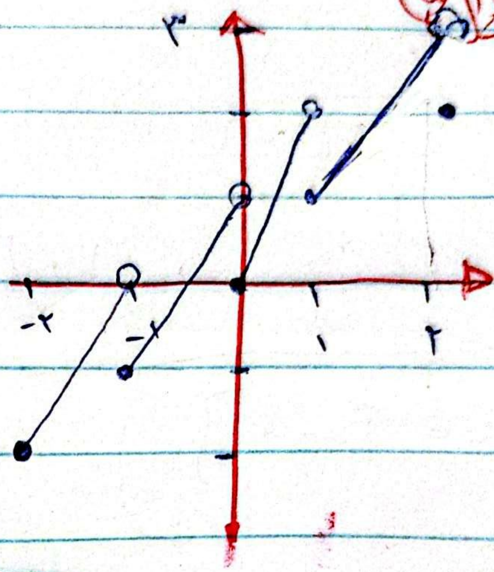
$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow 2x + 2$

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow 2x + 1$

$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 2x$

$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow 2x - 1$

$x = 2 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow 2x - 2$



سوال ۶

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + a} + b = x$$

$$\frac{x^2 - 4x + 3 + bx + ab}{x + a} = x \Rightarrow \cancel{x^2} - 4x + 3 + bx + ab = \cancel{x^2} + ax$$

$$(b - 4)x + 3 + ab = ax$$

$b - 4 = a$ $\quad a = -1 \quad b = 3 \Rightarrow a - b = -4$

$ab = -3$ $\quad a = -3 \quad b = 1 \Rightarrow -3 - 1 = -4$

سوال ۷

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} & ; \ x \neq \pm 1 \quad (1) \\ \dfrac{ax + 2}{x + b} & ; \ x = \pm 1 \end{cases}$$

(1) برای هر $x$ غیر از $\pm 1$ $\Rightarrow x = 2 \Rightarrow \dfrac{(2)^3 + 2(2)^2 - 2 - 2}{(2)^2 - 1} = 2 + c$

$$\Rightarrow \frac{8 + 8 - 4}{3} = 2 + c \Rightarrow 4 = 2 + c \Rightarrow c = +2$$

$x=۱ \Rightarrow \dfrac{a+۲}{۱+b} = ۱+۲ = \dfrac{a+۲}{۱+b} = ۳ \Rightarrow a+۲ = ۳+۳b$

$a-۱ = ۳b \quad (\mathrm{I})$

$x=-۱ \Rightarrow \dfrac{۲-a}{b-۱} = -۱+۲ \Rightarrow \dfrac{۲-a}{b-۱} = ۱ \Rightarrow ۲-a = b-۱$

$\Rightarrow ۳-a = b \quad (\mathrm{II})$

$(\mathrm{I}),(\mathrm{II}) \Rightarrow \begin{cases} \times ۳ \; (b = ۳-a) \\ (۳b = a-۱) \end{cases}$

$۰ = ۹-۳a-a+۱ \Rightarrow ۴a = ۱۰$

$b+c = \dfrac{۱}{۲} + ۲ = \boxed{۲٫۵} \qquad b = \dfrac{۱}{۲} \longleftarrow a = \dfrac{۱۰}{۴}$

سوال ۸

$۲f(۱) - g(۱) = k \Rightarrow ۲\sqrt{۴-۳a} + ۲k - ۲ - \sqrt{b-۴} - ۳k = ۲$

$۲\sqrt{۴-۳a} - \sqrt{b-۴} = ۲k+۲ \qquad ۴ \geq ۳a \Rightarrow ۳a = ۴$

$b \geq ۴ \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow \dfrac{b}{۲} = ۲$

$۰ - ۰ = ۲k+۲ \Rightarrow k = -۱$

$۳a - \dfrac{b}{۲} - k = ۴ - ۲ - (-۱) = \boxed{۳}$

سوال ۹

$f(x) = \sqrt{m-x} + n \quad , \quad g(x) = \sqrt{۲x-۲}$

$D_{f \times g} \Rightarrow D_f \cap D_g = [۱,۷] \qquad m \geq x \Rightarrow m = ۷$

$f.g(۳) = ۹\sqrt{۲} = \sqrt{۷-۳} + n \cdot \sqrt{۴+۲} = ۲+n \cdot ۲\sqrt{۲} = ۹\sqrt{۲}$

$n = ۸\sqrt{۲} - ۲ \qquad m+n = ۷+۸\sqrt{۲}-۲ = \boxed{۵+۸\sqrt{۲}}$

سوال ۱

$y = (-1)^{2}\left(x - [x]\right) = \frac{1}{4}$

$y = \left(x - [x]\right) = \frac{1}{4}$

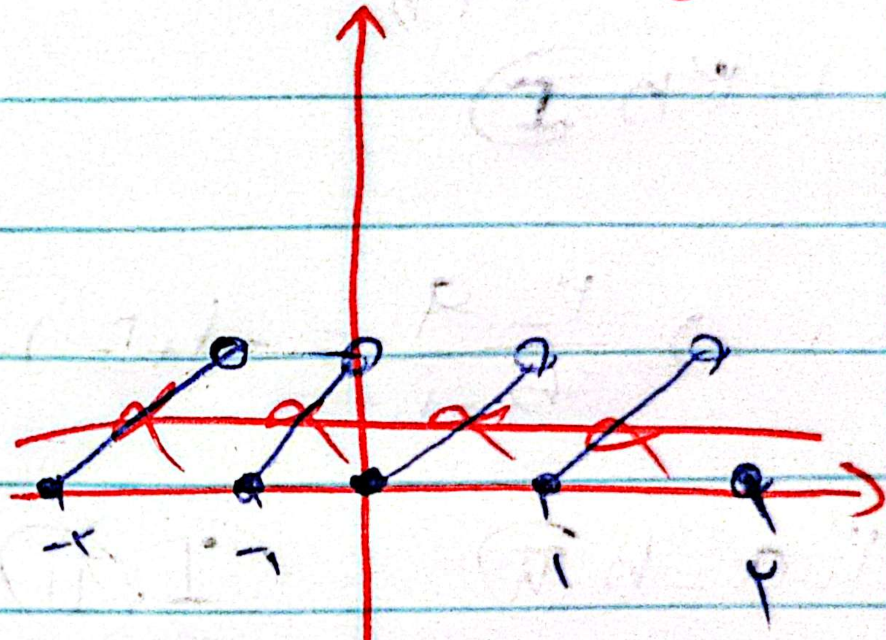
$-2 \leq x < -1 \xrightarrow{[x]=-2} x+2$

$-1 \leq x < 0 \xrightarrow{[x]=-1} x+1$

$0 \leq x < 1 \xrightarrow{[x]=0} x$

$1 \leq x < 2 \xrightarrow{[x]=1} x-1$

$x = 2 \Rightarrow \xrightarrow{[x]=2} x-2$




۱

۴ نقطه