کلاس: سرگُندها

بسم الله الرحمن الرحیم

نیلو حیدری

تکلیف (۲) دو

۲۰ آفرین!

سوال ۱ (۲)

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn$

$= x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn$

$(1+9+m)x^2 + (2-6+n)x + mn + 2 \Rightarrow m = -10$

$m = -10 \qquad +4 = n \qquad n = 4$

چون تابع ثابت برابر با عدد است بنابراین ضریب x و x^2 باید صفر باشد.

$g(x) = \{(4, m), (n, p+1), (p+2, -1), (-9, p+k)\}$

$m = -10 \qquad n = 4 \qquad -10 = p+1 \qquad -9 \qquad -1$

$\boxed{p = -11}$

$-11 + k = -1 \Rightarrow k = +10$

$\boxed{m + n + p + k \Rightarrow -10 + 4 - 11 + 10 = -7}$

سوال ۲ (۲)

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4 - 2x^2 - 8}} \Rightarrow \dfrac{x-2}{x^4 - 2x^2 - 8} \geq 0$

$x^2 = t$

$\Rightarrow t^2 - 2t - 8 \Rightarrow (t-4)(t+2)$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \qquad x^2 = -2$ غق ق

$-$	-2	$+$	2	$+$
	ت ن		ت ن	

$\boxed{\Rightarrow D_f = (-2, 2) \cup (2, +\infty)}$

ب) $\dfrac{۲x^۲+۱}{۴-۲[-x]} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\text{ریشه مخرج}\}$

$۴ \neq ۲[-x] \Rightarrow ۲ \neq [-x] \Rightarrow ۲ \leq -x < ۳ \Rightarrow -۲ \geq x > -۳$

$\boxed{D_f = \mathbb{R} - (-۳, -۲]}$

سوال ۱۶ ③ ②

الف) $\dfrac{\sqrt{x(x^۲-۱)}}{\sqrt{|x|+x}} \Rightarrow$ $x(x^۲-۱) \geq ۰$

$D_f \Rightarrow [-۱, ۰] \cup [۱, +\infty)$ ①

$|x| + x > ۰ \rightarrow \mathbb{R}^+ ✓ \Rightarrow (۰, +\infty)$ ②

$\mathbb{R}^-$ ✗

$\boxed{D_f ①, ② \Rightarrow [۱, +\infty)}$

ب) $\dfrac{\sqrt{|x-۲|-x^۲}}{|x|-۱} =$ $|x-۲| \geq x^۲ \Rightarrow x^۲ \leq x-۲$

$x^۲ - x + ۲ \leq ۰$ $\Rightarrow$ غ ق ق

$\Rightarrow ۲-x \geq x^۲ \Rightarrow x^۲ + x - ۲ \leq ۰$

$\Rightarrow [-۲, ۱]$ ①

$|x| \neq ۱ \Rightarrow x \neq \pm ۱$

$\boxed{\Rightarrow D_f = [-۲, ۱) - \{-۱\}}$

سوال ۴

$D_f = \mathbb{R} - \{$ ریشه مخرج $\}$

$k+1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -1$

$$||x-2|-1| = k$$

مثبت یا صفر — مثبت یا صفر

$\Rightarrow |x-2| = k+1 \Rightarrow$ (1) $x-2 = k+1 \Rightarrow x = k+3$

مثبت یا صفر

(2) $x-2 = -k-1 \Rightarrow x = 1-k$

مثبت یا صفر

$\Rightarrow |x-2| = 1-k$

مثبت یا صفر

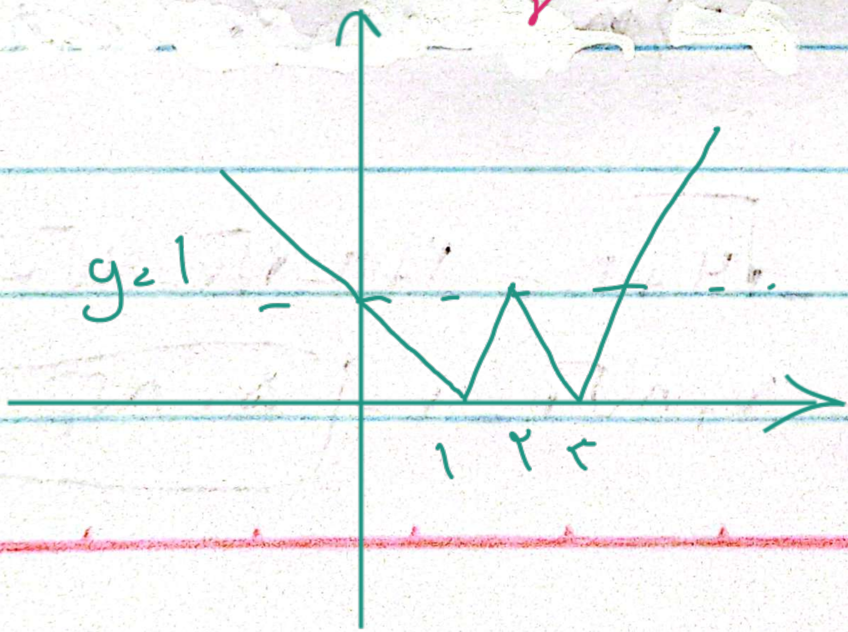
$k \leq 1$

$1-k \geq 0$

$\Rightarrow |x-2| = 1-|k|$

منفی

$1-k = 0 \Rightarrow k = 1$



با رسم شکل راحت‌تر به جواب می‌رسیم!

سؤال ۵ — ۲

$y = 2x - [x] =$

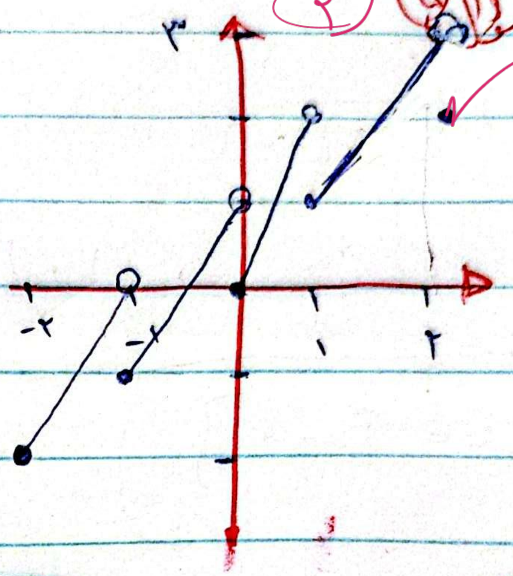
$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow 2x + 2$

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow 2x + 1$

$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 2x$

$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow 2x - 1$

$x = 2 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow 2x - 2$



سؤال ۶ — ۲

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + a} + b = x$$

$$\frac{x^2 - 4x + 3 + bx + ab}{x + a} = x \Rightarrow \cancel{x^2} - 4x + 3 + bx + ab = \cancel{x^2} + ax$$

$$(b - 4)x + 3 + ab = ax$$

$b - 4 = a$ → $a = -1 \quad b = 3 \Rightarrow a - b = -4$

$ab = -3$ → $a = -3 \quad b = 1 \Rightarrow -3 - 1 = -4$

سؤال ۷ — ۲

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} & ; \; x \neq \pm 1 \quad (1) \\ \dfrac{ax + 2}{x + b} & ; \; x = \pm 1 \end{cases}$$

(1) برای هر x غیر از ± 1 $\Rightarrow x = 2 \Rightarrow \dfrac{(2)^3 + 2(2)^2 - 2 - 2}{(2)^2 - 1} = 2 + c$

$$\Rightarrow \frac{8 + 8 - 4}{3} = 2 + c \Rightarrow 4 = 2 + c \Rightarrow c = +2$$

$x=1 \Rightarrow \dfrac{a+2}{1+b} = 1+2 = \dfrac{a+2}{1+b} = 3 \Rightarrow a+2 = 3+3b$

$a-1 = 3b$ (I)

$x=-1 \Rightarrow \dfrac{2-a}{b-1} = -1+2 \Rightarrow \dfrac{2-a}{b-1} = 1 \Rightarrow 2-a = b-1$

$\Rightarrow 3-a = b$ (II) $\qquad$ (I),(II) $\Rightarrow \begin{cases} \times 3\,(b = 3-a) \\ (3b = a-1) \end{cases}$

$0 = 9 - 3a - a + 1 \Rightarrow 4a = 10$

$b+c = \frac{1}{2} + 2 = \boxed{2.5}$ $\qquad b = \frac{1}{2} \longleftarrow a = \frac{10}{4}$

سوال ۸ ②

$2f(1) - g(1) = k \Rightarrow 2\sqrt{4-3a} + 2k - 2 - \sqrt{b-4} - 3k = 2$

$2\sqrt{4-3a} - \sqrt{b-4} = 2k+2$ $\qquad 4 \geq 3a \Rightarrow 3a = 4$; $b \geq 4 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow \frac{b}{2} = 2$

$0 - 0 = 2k+2 \Rightarrow k = -1$

$3a - \frac{b}{2} - k = 4 - 2 - (-1) = \boxed{3}$

سوال ۹ ②

$f(x) = \sqrt{m-x} + n \quad , \quad g(x) = \sqrt{2x-2}$

$D_{f \times g} \Rightarrow D_f \cap D_g = [1, 7]$ $\qquad m \geq x \Rightarrow m = 7$

$f \cdot g(3) = 9\sqrt{2} = \sqrt{7-3} + n - \sqrt{4+2} = 2 + n - 2\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

$n = 8\sqrt{2} - 2 \qquad m+n = 7 + 8\sqrt{2} - 2 = \boxed{5 + 8\sqrt{2}}$

② سوال ۱

$y=(-1)^{2}\left(x-[x]\right)=\frac{1}{2}$

$y=\left(x-[x]\right)=\frac{1}{2}$

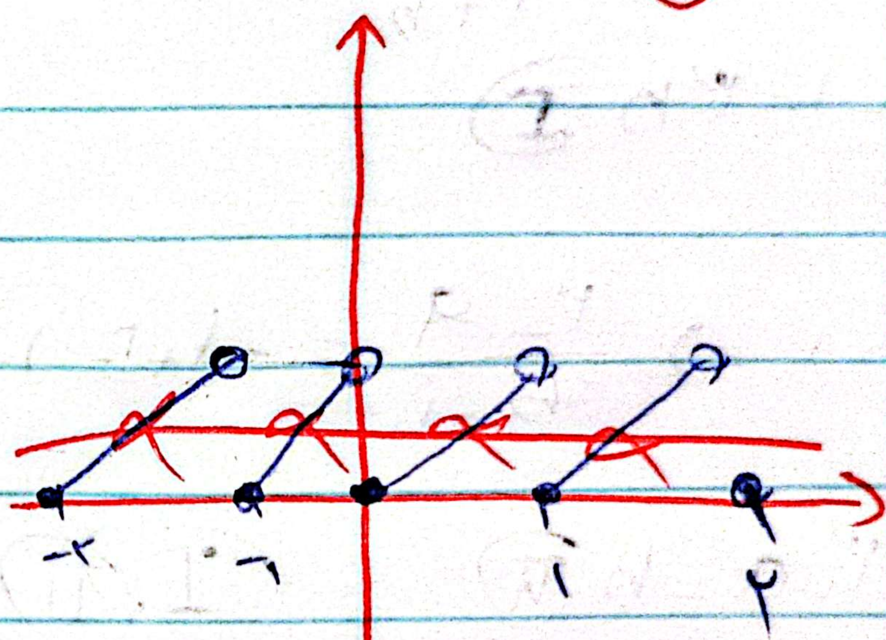
$-2\leq x<-1 \;\; \underrightarrow{[x]=-2} \;\; x+2$

$-1\leq x<0 \;\; \underrightarrow{[x]=-1} \;\; x+1$

$0\leq x<1 \;\; \underrightarrow{[x]=0} \;\; x$

$1\leq x<2 \;\; \underrightarrow{[x]=1} \;\; x-1$

$x=2 \Longrightarrow \underline{[x]=2} \;\; x-2$



۱ -

۴ نقطه