

بسم خدا

تکلیف شماره ۱۹
فصل ۱۰، دایره و هم دایره

$$F(x) = 2 \left[\frac{x-2}{2} \right] + a \left[\frac{x+2}{2} \right]$$

①

$$x = 2$$

$$\left[\frac{a}{2} \right] = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} F(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^+} F(x) = 2 \left[2^- \right] + a \left[0^+ \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2^+} 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} 2 \left[2^+ \right] + a \left[0^- \right] = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} 2 - a = 2 - a \Rightarrow \left[\frac{a}{2} \right] = 1$$

$$\left[\frac{a}{2} \right] = \left[\frac{2}{2} \right] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} [2 \sin x - 1]$$

$$x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-$$

$$x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin x < \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$2 \sin x < 1 \Rightarrow 2 \sin x - 1 < 0 \Rightarrow$$

$$[2 \sin x - 1] = -1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} [2 \sin x - 1] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x]$$

$$8x^3 - x \xrightarrow{x = -\frac{1}{2}} -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

چون مقدار عبارت داخل پرانتز
مقدار صحیح است لذا
بازار همایش مقدار $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \left[-\frac{1}{x} \right] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \left[-\frac{1}{x} \right] = -1$$

$$x \rightarrow -\frac{1}{2}$$

چون مقدار عبارت داخل پرانتز
مقدار صحیح است لذا
بازار همایش مقدار $\frac{1}{2}$

(شخص به صورت عددی هم نبود)

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{r})^-} \frac{1.9x - 5 + \lceil \frac{r}{x^2} \rceil}{14x - \lceil -\frac{r}{x^2} \rceil} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

حاصل: $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{r})^-} (1.(-\frac{1}{r}) - 5 + 11) = 1$ $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{r})^-} (14x - \lceil -\frac{r}{x^2} \rceil) = -1 + 1 = 0$

$x < -\frac{1}{r} \rightarrow x^2 > \frac{1}{r} \rightarrow \frac{1}{x^2} < r \rightarrow \frac{r}{x^2} < 12 \Rightarrow \lceil \frac{r}{x^2} \rceil = 11$ $x < -\frac{1}{r} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < r \Rightarrow \frac{r}{x^2} < 12 \Rightarrow \lceil \frac{r}{x^2} \rceil = 11$

$\Rightarrow \frac{-r}{x^2} > -1 \Rightarrow \lceil \frac{-r}{x^2} \rceil = -1$

هر صفر صفر است اما چون $x < -\frac{1}{r}$ معر آن از صفر کمتر $(0^-) = -1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\sin^2 \pi x}{\lceil x \rceil + \cos \pi x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{\cos \pi x + 1} \cdot \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 - \cos^2 \pi x} = \frac{1 - \cos^2 \pi x}{\cos \pi x + 1} \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos \pi x} = 1 - \cos \pi = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4x+3} - \sqrt{4x+5}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{1 - \sqrt{x} + \sqrt{x^2}}{1 - \sqrt{x} + \sqrt{x^2}} \times \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{4x+5}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{4x+5}} =$$

$$\frac{-(x+1)}{\sqrt{x+3} + \sqrt{4x+5}} \times \frac{1 - \sqrt{x} + \sqrt{x^2}}{(1+x)^2} = \frac{-1(1+1+1)}{\sqrt{x+3} + \sqrt{4x+5}} \Rightarrow f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-1(1+1+1)}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - \sqrt{4x+5}}{4x - \sqrt{4x+1}} \times \frac{(\sqrt{4x+5} - 5)(\sqrt{4x+1} - 1)}{(\sqrt{4x+5} - 5)(\sqrt{4x+1} - 1)} \times \frac{(\sqrt{4x+5} + 5)(\sqrt{4x+1} + 1)}{(\sqrt{4x+5} + 5)(\sqrt{4x+1} + 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4x-5) \cdot 1}{5} = -\frac{1}{5}$$

$4x - \sqrt{4x+5} = 0 \Rightarrow (4x-5)(\sqrt{4x+5} + 5) = 0$

① از آنجا که مخرج متناهی است و صورت بی حد صورت نیر معین می شود:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{f}$$

$$a + \sqrt{b(0)+c} = 0$$

$$a + \sqrt{c} = 0 \Rightarrow \sqrt{c} = -a \quad (1) \Rightarrow a^2 = c$$

حاصل lim را در مخرج مساوی ضرب و ساده می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^2 - bx - c}{x} \times \frac{1}{a - \sqrt{bx+c}} \right) \stackrel{(1)}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-bx}{x} \times \frac{1}{a - \sqrt{bx+c}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-b}{a - \sqrt{bx+c}} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{-b}{a - \sqrt{c}} = \frac{1}{f} \quad a = -\sqrt{c} \Rightarrow \frac{b}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow \sqrt{c} = \frac{b}{\varepsilon} \quad (2)$$

2) $\Rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{\sqrt{c}}{\varepsilon}}{\varepsilon} = \left(\frac{-1}{\varepsilon} \right)$

①

$$\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{\varepsilon + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = +\infty$$

$\{ [-k] = ? \}$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{\varepsilon + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = \frac{\varepsilon - k}{0^+} = +\infty \quad (I)$$

$$\Rightarrow \varepsilon - k > 0 \quad k < \varepsilon \Rightarrow k < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} \frac{\varepsilon + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = \frac{\varepsilon - k}{0^-} = +\infty$$

(I) & (II): $\frac{\varepsilon}{\pi} < k < \varepsilon \Rightarrow -\varepsilon < -k < -\frac{\varepsilon}{\pi} \Rightarrow [-k] = -1$

(میزبانی)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b \sqrt{1+\sqrt{x}} - 2b}{ax-b} \times \frac{\omega \cdot r}{\omega \cdot r} = \frac{b^2(1+\sqrt{x}) - 4b^2}{ax-b} \times \frac{1}{\omega \cdot r} = \frac{b^2(1+\sqrt{x}-4)}{\varepsilon b(ax-b)} = \frac{b^2(1+\sqrt{x}-4)}{\varepsilon b(ax-b)}$$

$x \rightarrow 1$
 $\Rightarrow 1a - b = 0 \Rightarrow 1a = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b}{\varepsilon} \left(\frac{\sqrt{x}-1}{ax-b} \right)$

مخرج را به صورت $x-1$ در می آوریم و صورت را نیز به همین صورت می نویسیم

$a=1, b=1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b}{\varepsilon} \frac{\sqrt{x}-1}{(1+\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+1+\sqrt{x}+1+\varepsilon)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$