کیمیا امیری نیا

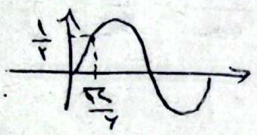
$f(x)=۲\left[\frac{۲-x}{۲}\right]+a\left[\frac{x+۲}{۳}\right]$

۱)

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -۲^+} f(x)=۲\\ \lim\limits_{x\to -۲^-} f(x)=۴-a\end{array}\right\}\ ۲=۴-a \rightsquigarrow \boxed{a=۲}$ $\quad \boxed{\left[\frac{a}{۳}\right]=\left[\frac{۲}{۳}\right]=۰}$

۲)

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۶}^-}[۲\sin x-۱]=-۱$



$x<\frac{\pi}{۶}\to \sin x<\frac{۱}{۲}\to ۲\sin x-۱<۰ \rightsquigarrow \boxed{[۲\sin x-۱]=-۱}$

۳)

$\lim\limits_{x\to -\frac{۱}{۲}}[۸x^۳-x]=-۱$

$۸\left(-\frac{۱}{۲}\right)^۳-\left(-\frac{۱}{۲}\right)=-۱+\frac{۱}{۲}=-\frac{۱}{۲}\rightsquigarrow$ چون حاصل کسری است، براکت در چپ و راست آن یکی است $\rightsquigarrow \left[-\frac{۱}{۲}\right]=-۱$

۴)

صعودی

$\lim\limits_{x\to (-\frac{۱}{۲})^-}\dfrac{۱۰x-۵+\left[\frac{۳}{x^۲}\right]}{۱۶x-\underbrace{\left[\frac{-۲}{x^۲}\right]}_{۸}}=\lim\limits_{x\to (-\frac{۱}{۲})^-}\dfrac{۱۰(-\frac{۱}{۲})-۵+[۱۲^-]}{۱۶(-\frac{۱}{۲})+[۸^+]}=\dfrac{-۵-۵+۱۱}{-۸+۸}=\frac{۱}{۰^-}=\boxed{-\infty}$

نزولی

چون $x<-\frac{۱}{۲}$ ، مخرج از ۰ کوچکتر است.

۵)

$\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{\sin^۲\pi x}{\underbrace{[x]}_{۱}+\cos\pi x}=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{۱-\cos^۲\pi x}{۱+\cos\pi x}=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{\cancel{(۱+\cos\pi x)}(۱-\cos\pi x)}{\cancel{۱+\cos\pi x}}=\lim\limits_{x\to ۱^+}۱-\cos\pi=۲$

۶)

$\lim\limits_{x\to -۱}\left(\dfrac{\sqrt{۲x+۳}-\sqrt{۳x+۴}}{۱+\sqrt[۳]{x}}\times\dfrac{\text{فیل مخرج}}{\text{فیل مخرج}}\times\dfrac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}=\dfrac{\overset{-۱}{\cancel{-x-۱}}}{\sqrt{۲x+۳}+\sqrt{۳x+۴}}\times\dfrac{۱-\sqrt[۳]{x}+\sqrt[۳]{x^۲}}{\cancel{x+۱}}\right)$

$=\lim\limits_{x\to -۱}\dfrac{-(۱-\sqrt[۳]{x}+\sqrt[۳]{x^۲})}{\sqrt{۲x+۳}+\sqrt{۳x+۴}}=\lim\limits_{x\to -۱}\dfrac{-(۱+۱+۱)}{۱+۱}=\boxed{\frac{-۳}{۲}}$

۷)

$\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{۲x-۷\sqrt{x}+۵}{۲x-\sqrt{۳x+۱}}\times\dfrac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{مزدوج مخرج}}=\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{\cancel{(\sqrt{x}-۱)}(۲\sqrt{x}-۵)\times(۲x+\sqrt{۳x+۱})}{\cancel{(x-۱)}(۴x+۱)}$

$(\sqrt{x}+۱)$

$=\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{-۳(۴)}{۲(۵)}=\dfrac{-۱۲}{۱۰}=\boxed{\dfrac{-۶}{۵}}$

۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}$$

چون مخرج ۰ است، اگر صورت ۰ نباشد حد نامتناهی می‌شود پس صورت ۰ است.

$$a+\sqrt{c}=0\rightarrow \boxed{\sqrt{c}=-a}\rightsquigarrow \boxed{a^2=c}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}=\frac{\cancel{a^2}-bx-c}{x(a-\sqrt{bx+c})}=\frac{-b\cancel{x}}{\cancel{x}(a-\sqrt{bx+c})}\right)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-b}{a-\sqrt{bx+c}}=\lim_{x\to 0}\frac{-b}{a-\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\rightarrow\frac{-b}{a-\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\xrightarrow{\sqrt{c}=-a}\frac{-b}{2a}=\frac{1}{4}$$

$$\rightarrow -4b=2a\rightarrow \boxed{a=-2b}\rightsquigarrow -a=2b\rightsquigarrow 2b=\sqrt{c}\rightarrow b=\frac{\sqrt{c}}{2}$$

$$\frac{ab}{c}=\frac{-\cancel{\sqrt{c}}\times\frac{\cancel{\sqrt{c}}}{2}}{\cancel{c}}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

---

۹)

$$\lim_{x\to -2\pi}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=+\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x\to -2\pi^-}=\frac{4+k(-2)}{0^+}=+\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x\to -2\pi^+}\frac{4+k(-3)}{0^-}=+\infty$$

$$4-2k>0\rightsquigarrow 2k<4\rightarrow k<2$$

$$4-3k<0\rightsquigarrow 3k>4\rightarrow k>\frac{4}{3}$$

$$\rightarrow \frac{4}{3}<k<2\rightsquigarrow -2<-k<-\frac{4}{3}\rightsquigarrow [-k]=-2$$

---

۱۰)

$$\lim_{x\to 8}\left(\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}=\frac{b^2(2+\sqrt[3]{x})-4b^2}{(ax-b)\underbrace{(b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b)}_{4b}}\right)$$

$$=\lim_{x\to 8}\frac{b^{\cancel{2}}\overset{0}{(\sqrt[3]{x}-2)}}{\underset{8a-b}{(ax-b)}4\cancel{b}}=$$

چون صورت ۰ است، و حد عبارت ۰ نیست، پس مخرج هم باید ۰ باشد تا مبهم شود.

$$8a-b=0\rightarrow \boxed{b=8a}$$

$$=\lim \frac{\overset{2a}{\cancel{8a}}}{\cancel{4}}\times\frac{\sqrt[3]{x}-2}{ax-b}$$