کیمیا امیری نیا

۱۹٫۵ آفرین

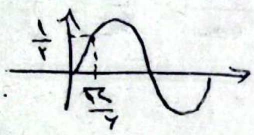
۱)

$$f(x)=2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]$$

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to -2^+} f(x) &= 2\\ \lim_{x\to -2^-} f(x) &= 4-a\end{aligned}\right\}\ 2=4-a \rightsquigarrow \boxed{a=2} \qquad \boxed{\left[\frac{a}{3}\right]=\left[\frac{2}{3}\right]=0}$$

۲)

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-}[2\sin x-1]=-1$$



$$x<\frac{\pi}{6} \to \sin x<\frac{1}{2} \to 2\sin x-1<0 \rightsquigarrow [2\sin x-1]=-1$$

۳)

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}}[8x^3-x]=-1$$

$8\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)=-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2} \rightsquigarrow$ چون حاصل کسری است، براکت هر دو حد چپ و راست که یکی است $\rightsquigarrow \left[-\frac{1}{2}\right]=-1$

۴)

صعودی

$$\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-}\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}=\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-}\frac{10\left(-\frac{1}{2}\right)-5+[12^-]}{16\left(-\frac{1}{2}\right)+[8^+]}=\frac{-5-5+11}{-8+8}=\frac{1}{0}=\boxed{-\infty}$$

نزولی

چون $x<-\frac{1}{2}$، مخرج از ۰ کوچکتر است.

۵)

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sin^2\pi x}{\underbrace{[x]}_{1}+\cos\pi x}=\lim_{x\to 1^+}\frac{1-\cos^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(\cancel{1+\cos\pi x})(1-\cos\pi x)}{\cancel{1+\cos\pi x}}=\lim_{x\to 1^+}1-\cos\pi=2$$

۶)

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{\text{فیل مخرج}}{\text{فیل مخرج}}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}=\frac{-x-1}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}\times\frac{1-\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}{x+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{-(1-\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}=\lim_{x\to -1}\frac{-(1+1+1)}{1+1}=\boxed{\frac{-3}{2}}$$

۷)

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}\times\frac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{مزدوج مخرج}}=\lim_{x\to 1}\frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})(2\sqrt{x}-5)\times(2x+\sqrt{3x+1})}{(\cancel{x-1})(4x+1)}$$

$(\sqrt{x}+1)$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-3(4)}{2(5)}=\frac{-12}{10}=\boxed{\frac{-6}{5}}$$

۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}$$

چون مخرج ۰ است، اگر صورت ۰ نباشد حد نامتناهی می‌شود پس صورت ۰ است.

$$a+\sqrt{c}=0\to\boxed{\sqrt{c}=-a}\to\boxed{a^2=c}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}=\frac{\cancel{a^2}-bx-c}{x(a-\sqrt{bx+c})}=\frac{-b\cancel{x}}{\cancel{x}(a-\sqrt{bx+c})}\right)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-b}{a-\sqrt{bx+c}}=\lim_{x\to 0}\frac{-b}{a-\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\to\frac{-b}{a-\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\xrightarrow{\sqrt{c}=-a}\frac{-b}{2a}=\frac{1}{4}$$

$$\to -4b=2a\to\boxed{a=-2b}\to -a=2b\to 2b=\sqrt{c}\to b=\frac{\sqrt{c}}{2}$$

2

$$\frac{ab}{c}=\frac{-\frac{\cancel{\sqrt{c}}\times\cancel{\sqrt{c}}}{2}}{\cancel{c}}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

---

۹)

$$\lim_{x\to 2\pi}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to -2\pi^-}=\frac{4+k(-2)}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to -2\pi^+}\frac{4+k(-3)}{0^-}=+\infty$$

2

$$4-2k>0\to 2k<4\to k<2$$

$$4-3k<0\to 3k>4\to k>\frac{4}{3}$$

$$\to \frac{4}{3}<k<2\to -2<-k<-\frac{4}{3}\to[-k]=-2$$

---

۱۰)

$$\lim_{x\to 8}\left(\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}=\frac{b^2(2+\sqrt[3]{x})-4b^2}{(ax-b)\underbrace{(b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b)}_{4b}}\right)$$

1.5

$$=\lim_{x\to 8}\frac{b^{\cancel{2}}\overset{0}{(\sqrt[3]{x}-2)}}{\underbrace{(ax-b)}_{8a-b}4\cancel{b}}=$$

چون حد صورت ۰ است، و حد عبارت ۰ نیست، حد مخرج هم باید ۰ باشد تا مبهم شود

$$=\lim\frac{\overset{2a}{\cancel{8a}}}{\cancel{4}}\times\frac{\sqrt[3]{x}-2}{ax-b}$$

$$8a-b=0\to\boxed{b=8a}$$

صورت کسر به صفر میل می‌کند پس چون جواب حد عددی حقیقی است مخرج هم باید به صفر میل کند!

$$8a-b=0\to b=8a$$

$$\lim\frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{a(x-8)}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}=\lim_{x\to 8}\frac{8\cancel{a}(\sqrt[3]{x}-2)}{\cancel{a}(x-8)\times 4}$$

$$=\lim_{x\to 8}\frac{8}{(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4)\times 4}=\frac{8}{12\times 4}=\frac{1}{6}$$