مینا جعفری پور — تکلیف ۱۹ — دوازدهم دختر B — ۱۹٫۵ آفرین

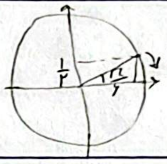
۱ $f(x)=2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]=2\left[1-\frac{x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]=2\left((1)+\left[-\frac{x}{2}\right]\right)+a\left[\frac{x+2}{3}\right]$ (از براکت خارج شد)

$\lim_{x\to2^+} f(x)=2(1+(0))+a(0)=2$

$\lim_{x\to2^-} f(x)=2(1+(1))+a(-1)=4-a$

$\Rightarrow \lim_{x\to2^+} f(x)=\lim_{x\to2^-} f(x)=\lim_{x\to2} f(x) \Rightarrow 2=4-a \Rightarrow a=2 \Rightarrow \left[\frac{a}{3}\right]=\left[\frac{2}{3}\right]=\boxed{0}$

۲ $\lim_{x\to(\frac{\pi}{6})^-}[2\sin x-1]=\lim_{x\to(\frac{\pi}{6})^-}[2\sin x]-1=0-1=\boxed{-1}$



$\sin x<\frac12 \Rightarrow 2\sin x<1$

۳ $\lim_{x\to-\frac12}[8x^3-x]=\lim_{x\to-\frac12}\left[8\left(\frac{-1}{8}\right)-\left(-\frac12\right)\right]=\lim_{x\to-\frac12}\left[\underbrace{-1+\frac12}_{-\frac12}\right]=\boxed{-1}$

چون داخل براکت عدد صحیح نیست لازم به بررسی حالت‌های بیشتر نیست ($-\frac12$)

۴ $\lim_{x\to(-\frac12)^-}\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}=\frac{10x+6}{16x+8}=\frac{1}{0^-}=\boxed{-\infty}$

$x<-\frac12 \Rightarrow x^2>\frac14 \Rightarrow \frac{1}{x^2}<4 \Rightarrow \begin{cases}\frac{3}{x^2}<12 \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right]=11\\ \frac{-2}{x^2}>-8 \Rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right]=-8\end{cases}$

۵ $\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x(1-\cos\pi x)}{(1+\cos\pi x)(1-\cos\pi x)}=\lim_{x\to1^+}(1-\cos\pi x)=\boxed{2}$

$1-\cos^2\pi x=\sin^2\pi x$

۶ $\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}=\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}\times\frac{(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x})}{(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x})}=\lim_{x\to-1}\frac{-x-1}{1+x}\times\frac{3}{2}=\boxed{-\frac32}$

۷ $\lim_{x\to1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to1}\frac{2-7\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{2-\left(\frac{1}{2\sqrt{3x+1}}\right)}=\frac{2-\frac72}{2-\frac14}=\boxed{-\frac67}$

۸ $\lim_{x\to0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac14$ باوجود بودن مخرج صفر دارد پس ۰ است $\Rightarrow a+\sqrt{c}=0 \Rightarrow \sqrt{c}=-a \Rightarrow c=a^2,\ a<0$

$\overset{Hop}{=}\lim_{x\to0}\frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1}=\frac{b}{2\sqrt{c}}=\frac14 \Rightarrow 2b=\sqrt{c}=-a \Rightarrow b=\frac{-a}{2} \Rightarrow \frac{ab}{c}=\frac{a\times\frac{-a}{2}}{a^2}=\boxed{\frac{-1}{2}}$

۹ $\lim_{x\to-2\pi}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=+\infty$

$\begin{cases}\lim_{x\to-2\pi^-}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=\lim_{x\to-2\pi^-}\frac{4-3k}{0^-}=+\infty \Rightarrow 4-3k<0 \Rightarrow \frac43<k\\ \lim_{x\to-2\pi^+}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=\lim_{x\to-2\pi^+}\frac{4-2k}{0^+}=+\infty \Rightarrow 4-2k>0 \Rightarrow 2>k\end{cases}$

$\Rightarrow \frac43<k<2 \Rightarrow -\frac43>-k>-2 \Rightarrow [-k]=\boxed{-2}$

۱۰ $\lim_{x\to8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}=\lim_{x\to8}\frac{2b-2b}{8a-b}$ صفر شده است پس ۰ است $\Rightarrow 8a-b=0 \Rightarrow b=8a$ (I)

$=\lim_{x\to8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}\times\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}=\lim_{x\to8}\frac{b^2(\sqrt[3]{x}-2)}{ax-b}\times\frac{1}{4b}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+4+2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}+4+2\sqrt[3]{x}}=\lim_{x\to8}\frac{b^2(x-8)}{\underset{(ax-8a)^{(I)}}{ax-b}}\times\frac{1}{4b}\times\frac{1}{12}$

$=\frac{b^2}{a}\times\frac{1}{4b}\times\frac{1}{12}=\frac{b}{48a}=\frac{8a}{48a}=\boxed{\frac16}$

7

$$\lim \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-3)}{2x-\sqrt{3x+1}} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}} = \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-3)\times 4}{4x^2-3x-1}$$

$$\lim \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-3)\times 4}{(x-1)(4x+1)} = \lim \frac{[2(1)-3]\times 4}{(4(1)+1)\times 2} = -0.2$$

$\sqrt{x}+1$