نکامبات

۱ـ

$$f(x) = 2\left[\frac{2-x}{2}\right] + a\left[\frac{x+2}{3}\right]$$

$$-2^+ \longrightarrow x > -2 \longrightarrow -x < 2 \longrightarrow 2-x < 4 \longrightarrow \frac{2-x}{2} < 2$$

$$\hookrightarrow x+2>0 \qquad \left[\frac{x+2}{3}\right]=0 \qquad \left[\frac{2-x}{2}\right]=1$$

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = 2(1)+a(0) = 2$$

$$-2^- \longrightarrow x < -2 \longrightarrow -x > 2 \longrightarrow 2-x > 4 \longrightarrow \frac{2-x}{2} > 2$$

$$\hookrightarrow x+2<0 \qquad \left[\frac{x+2}{3}\right]=-1 \qquad \left[\frac{2-x}{2}\right]=2$$

$$\lim_{x\to -2^-} f(x) = 2(2)+a(-1) = 4-a$$

$$4-a=2 \longrightarrow a=2$$ جواب

۲ـ

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} [2\sin x - 1] = \lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} [2\sin x] - 1$$

$$x < \frac{\pi}{6} \longrightarrow \sin x < \frac{1}{2} \longrightarrow 2\sin x < 1 \longrightarrow [2\sin x] = 0$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} [2\sin x] - 1 = 0 - 1 = -1$$ جواب

۳ـ چون داخل براکت عدد صحیح نیست پس نیازی به دو طرفه کردن حد نیست ✓

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} [8x^3 - x] = \left[8\left(\frac{-1}{2}\right)^3 - \left(\frac{-1}{2}\right)\right]$$

$$= \left[-1+\frac{1}{2}\right] = \left[-\frac{1}{2}\right] = -1$$ جواب

نکته سایت

۴-

$$\lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^-} \frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]}$$

$$x<\frac{-1}{2} \rightarrow x^2>\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2}<4 \rightarrow \frac{3}{x^2}<12 \rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right]=1$$

$$\hookrightarrow \frac{-2}{x^2}>-8 \rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right]=-8$$

$$\rightarrow \lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^-} \frac{10x-5+11}{16x-(-8)} = \lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^-} \frac{10x+6}{16x+8} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

جواب

۵-

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x]+\cos \pi x} = \frac{\sin^2 \pi x}{1+\cos \pi x} = \frac{1-\cos^2 \pi x}{1+\cos \pi x}$$

$$x>1 \rightarrow [x]=1$$

$$\rightarrow \frac{(1-\cos \pi x)\cancel{(1+\cos \pi x)}}{\cancel{(1+\cos \pi x)}} \rightarrow \lim_{x\to 1^+} (1-\cos \pi x) =$$

$$1-(-1) = 2$$

جواب

۶-

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}$$

$\frac{0}{0}$ مبهم

$$\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} \times \frac{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}} =$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{(2x+3-3x-4)\left(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}\right)}{(1+x)\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}\right)} =$$

نکات سابق

$$\lim_{x\to -1} \frac{(\cancel{-x-1})(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x})}{(\cancel{x+1})(\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4})} = \frac{(-1)(1+1+1)}{1+1} = \frac{-3}{2}$$

جواب

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}} = \qquad -7$$

$$2x-7\sqrt{x}+5 = (2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(2\sqrt{x}-5)(\cancel{\sqrt{x}-1})(2x+\sqrt{3x+1})}{\underbrace{4x^2-3x-1}_{(\underbrace{x-1}_{(\cancel{\sqrt{x}-1})(\sqrt{x}+1)})(4x+1)}}$$

$$= \frac{(2-5)(2+2)}{(1+1)(5)} = \frac{-12}{10} = \frac{-6}{5}$$ جواب

$$\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4}$$

۸ـ چون مخرج صفر می‌شود اما حد جواب دارد پس صورت هم به ازای $x=0$ باید صفر شود.

$$a+\sqrt{b(0)+c} = 0 \longrightarrow a+\sqrt{c} = 0$$

حد $\frac{0}{0}$ مبهم

$$a = -\sqrt{c}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{bx+c}-\sqrt{c}}{x} \times \frac{\sqrt{bx+c}+\sqrt{c}}{\sqrt{bx+c}+\sqrt{c}} = \frac{b\cancel{x}+\cancel{c-c}}{\cancel{x}(\sqrt{bx+c}+\sqrt{c})} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{b}{\sqrt{b\cancel{x}+c}+\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \longrightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \qquad 2b = \sqrt{c}$$

$$b = \frac{1}{2}\sqrt{c}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{1}{2}\sqrt{c}}{c} = \frac{-\frac{1}{2}c}{c} = -\frac{1}{2}$$ جواب

گزینه ب

۹-

$$\lim_{x \to -2\pi} \frac{4 + k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x} = +\infty$$

$$-2\pi^{+} \longrightarrow x > -2\pi \longrightarrow \frac{x}{\pi} > -2 \longrightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = -2$$

$\sin x > 0$ ← باید + باشد

$$\lim_{x \to -2\pi^{+}} \frac{\overbrace{4 - 2k}^{\text{باید + باشد}}}{0^{+}} = +\infty \longrightarrow 4 - 2k > 0 \longrightarrow k < 2 \qquad \mathrm{I}$$

$$-2\pi^{-} \longrightarrow x < -2\pi \longrightarrow \frac{x}{\pi} < -2 \longrightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = -3$$

$\sin x < 0$ ← باید − باشد

$$\mathrm{II}$$

$$\lim_{x \to -2\pi^{-}} \frac{\overbrace{4 - 3k}^{\text{باید − باشد}}}{0^{-}} = +\infty \longrightarrow 4 - 3k < 0 \longrightarrow k > \frac{4}{3}$$

$$\mathrm{I} \cap \mathrm{II} \longrightarrow \frac{4}{3} < k < 2 \longrightarrow [-k] = -2$$ جواب

$$-\frac{4}{3} > -k > -2$$

۱۰- به ازای $x = 8$ صورت صفر می‌شود پس مخرج هم باید صفر باشد تا بتوانیم رفع ابهام کنیم.

$$\lim_{x \to 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} - 2b}{ax - b}$$

$$a(8) - b = 0 \longrightarrow 8a = b$$

$$\lim_{x \to 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} - 2b}{ax - b} \xrightarrow{\text{hop}} \lim \frac{\dfrac{\dfrac{b}{3\sqrt[3]{x^2}}}{2\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}}}}{a}$$

$$= \frac{b}{48a} = \frac{8a}{48a} = \frac{1}{6}$$ جواب