تکلیف حساب ۱۹/۷۵ آفرین ☆

ممنونم خیلی کامل و عالی نوشتی!

۱ـ

$$f(x) = 2\left[\frac{2-x}{2}\right] + a\left[\frac{x+2}{3}\right]$$

$$-2^{+} \longrightarrow x > -2 \longrightarrow -x < 2 \longrightarrow 2-x < 4 \longrightarrow \frac{2-x}{2} < 2$$

$$\hookrightarrow x+2 > 0 \qquad \left[\frac{x+2}{3}\right] = 0 \qquad \left[\frac{2-x}{2}\right] = 1$$

۱/۷۵

$$\lim_{x \to -2^{+}} f(x) = 2(1) + a(0) = 2$$

$$-2^{-} \longrightarrow x < -2 \longrightarrow -x > 2 \longrightarrow 2-x > 4 \longrightarrow \frac{2-x}{2} > 2$$

$$\hookrightarrow x+2 < 0 \qquad \left[\frac{x+2}{3}\right] = -1 \qquad \left[\frac{2-x}{2}\right] = 2$$

$$\lim_{x \to -2^{-}} f(x) = 2(2) + a(-1) = 4 - a$$

صورت سوال را با دقت بخوان!

$$4 - a = 2 \longrightarrow a = 2$$ جواب

$$\left[\frac{a}{3}\right] = \left[\frac{2}{3}\right] = 0$$

۲ـ

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{6}^{-}} [2\sin x - 1] = \lim_{x \to \frac{\pi}{6}^{-}} [2\sin x] - 1$$

$$x < \frac{\pi}{6} \longrightarrow \sin x < \frac{1}{2} \longrightarrow 2\sin x < 1 \longrightarrow [2\sin x] = 0$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{6}^{-}} [2\sin x] - 1 = 0 - 1 = -1$$ جواب ✓ ۲

$$\lim_{x \to \frac{-1}{2}} [8x^3 - x] = \left[8\left(\frac{-1}{2}\right)^3 - \left(\frac{-1}{2}\right)\right]$$

۳ـ چون داخل براکت عدد صحیح نیست پس نیازی به دوش فه کرد حد نیست ✓

$$= \left[-1 + \frac{1}{2}\right] = \left[-\frac{1}{2}\right] = -1$$ جواب ✓ ۲

نیکا ثابت

۴-

$$\lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[\frac{-2}{x^2}\right]}$$

۲

$$x < \frac{-1}{2} \to x^2 > \frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2} < 4 \to \frac{3}{x^2} < 12 \to \left[\frac{3}{x^2}\right] = 1$$

$$\hookrightarrow \frac{-2}{x^2} > -8 \to \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -8$$

$$\to \lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

جواب

۵-

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x} = \frac{\sin^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} = \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 + \cos \pi x}$$

۲

$$x > 1 \to [x] = 1$$

$$\to \frac{(1 - \cos \pi x)\cancel{(1 + \cos \pi x)}}{\cancel{(1 + \cos \pi x)}} \to \lim_{x\to 1^+} (1 - \cos \pi x) =$$

$$1 - (-1) = 2$$

جواب

۶-

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}}$$

$\frac{0}{0}$ مبهم

$$\frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}} \times \frac{1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}} =$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{(2x + 3 - 3x - 4)\left(1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}\right)}{(1+x)\left(\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}\right)} =$$

۲

نکته سابق

$$\lim_{x\to -1}\frac{\overset{-1}{(\cancel{-x-1})}\left(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}\right)}{\cancel{(x+1)}\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}\right)}=\frac{(-1)(1+1+1)}{1+1}=\frac{-3}{2}$$

جواب

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}\times\frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}}=$$ ۷ـ

$$2x-7\sqrt{x}+5=(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(2\sqrt{x}-5)\cancel{(\sqrt{x}-1)}\left(2x+\sqrt{3x+1}\right)}{\underbrace{4x^2-3x-1}_{\underbrace{(x-1)}_{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(\sqrt{x}+1)}(4x+1)}}$$

$$=\frac{(2-5)(2+2)}{(1+1)(5)}=\frac{-12}{10}=\frac{-6}{5}$$ جواب

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}$$

۸ـ چون مخرج صفر شود اما
حد جواب دارد پس صورت هم
دارای $x=0$ باید صفر شود.
حد $\frac{0}{0}$ مبهم

$$a+\sqrt{b(0)+c}=0\longrightarrow a+\sqrt{c}=0$$

$$a=-\sqrt{c}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{bx+c}-\sqrt{c}}{x}\times\frac{\sqrt{bx+c}+\sqrt{c}}{\sqrt{bx+c}+\sqrt{c}}=\frac{b\cancel{x}+\cancel{c-c}}{\cancel{x}\left(\sqrt{bx+c}+\sqrt{c}\right)}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{b}{\sqrt{b\cancel{x}+c}+\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\longrightarrow\frac{b}{2\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\qquad 2b=\sqrt{c}$$

$$b=\frac{1}{2}\sqrt{c}$$

گزینه ب

$$\frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{1}{2}\sqrt{c}}{c} = \frac{-\frac{1}{2}c}{c} = -\frac{1}{2}$$

جواب

۹-

$$\lim_{x \to -2\pi} \frac{4 + k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x} = +\infty$$

$$-2\pi^{+} \longrightarrow x > -2\pi \longrightarrow \frac{x}{\pi} > -2 \longrightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = -2$$

$\sin x > 0 \longrightarrow$ باید + باشد

$$\lim_{x \to -2\pi^{+}} \frac{\overbrace{4 - 2k}^{}}{0^{+}} = +\infty \longrightarrow 4 - 2k > 0 \longrightarrow k < 2 \qquad \text{I}$$

$$-2\pi^{-} \longrightarrow x < -2\pi \longrightarrow \frac{x}{\pi} < -2 \longrightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = -3$$

$\sin x < 0 \longrightarrow$ باید − باشد

$$\text{II}$$

$$\lim_{x \to -2\pi^{-}} \frac{\overbrace{4 - 3k}^{}}{0^{-}} = +\infty \longrightarrow 4 - 3k < 0 \longrightarrow k > \frac{4}{3}$$

$$\text{I} \cap \text{II} \longrightarrow \frac{4}{3} < k < 2 \longrightarrow [-k] = -2$$

$$-\frac{4}{3} > -k > -2$$

جواب

۱۰- به ازای $x = 8$ صورت صفر می‌شود پس مخرج هم باید صفر باشد تا بتوانیم رفع ابهام کنیم.

ب

$$\lim_{x \to 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} - 2b}{ax - b}$$

$$a(8) - b = 0 \longrightarrow 8a = b$$

$$\lim_{x \to 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} - 2b}{ax - b} \xrightarrow{hop} \lim \frac{\frac{\frac{b}{3\sqrt[3]{x^2}}}{2\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}}}}{a}$$

$$= \frac{b}{48a} = \frac{8a}{48a} = \frac{1}{6}$$

جواب