مطهره کمیلی — تکلیف ۱۹ — حد ۱۸٫۵ — دختران دوازدهم B

سوال ۱ ← ۲

$$\lim_{x\to(-2)^+} 2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]=2\times b+a\times 0=2 \qquad \lim_{x\to(-2)^-} 2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]=2\times 2-a$$

$$\Rightarrow 2=4-a \rightarrow \boxed{a=2} \;,\; \left[\frac{a}{3}\right]=0$$

سوال ۲ ← ۲

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{6})^-}[2\sin x-1]\rightarrow \lim\left[\left(2\times\frac{1}{2}\right)^- -1\right]=-1$$

سوال ۳ ← ۲

$$\lim_{x\to-\frac{1}{2}}[8x^3-x]\longrightarrow \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}[8x^3-x]=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}[8x^3-x]=-1$$

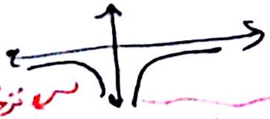
برابر هستند چون حاصل داخل [ ] = $\frac{1}{2}$ و عدد صحیح نیست

سوال ۴ ← ۲

$$\frac{10\times-\frac{1}{2}-5+\left[\frac{3}{\frac{1}{4}}\right]^{12}}{14\times-\frac{1}{2}-\left[-\frac{2}{x^2}\right]_{\frac{1}{4}}}\longrightarrow$$

$\frac{3}{x^2}\rightarrow$  $\rightarrow[12^+]=12$

(صعودی) (دارای عدد کمتر کسری است)

$-\frac{3}{x^2}\rightarrow$  $\rightarrow[-8^+]=-8$

(نزولی (دارای عدد کمتر شیب می‌شه))

$$\frac{-10+12}{-8^+ +8}=\frac{2}{0^-}=\boxed{-\infty}$$

سوال ۵ ← ۱٫۵

$$\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\frac{\sin^2\pi x}{2\cos^2\pi x}=\frac{1}{2}\tan^2(\pi^+)=0$$

سوال ۶ ← ۲

$$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{3}{2}\times\frac{\cancel{ف}}{\cancel{ف}}=\frac{2x+3-3x-4}{1+x}\times\frac{3}{2}=\frac{-x-1}{x+1}\times\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$$

سوال ۷ ← ۲

$$\lim_{x\to1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}\times\frac{\ }{\ }=\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{4x^2-3x+1}\xrightarrow{\text{تغییر متغیر}}\lim_{\sqrt{x}\to1}\frac{2t^2-7t+5}{4t^4-3t^2+1}\qquad t=\sqrt{x}$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}}\frac{4t-7}{16t^3-6t}=\frac{4-7}{16-6}=-\frac{3}{10}\times4=-\frac{6}{5}$$

سوال ۸ ←

① $a+\sqrt{bx+c}=0$

1,5

② درصورت و مخرج مشتق می‌گیریم $\dfrac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\dfrac{b}{1\times 2\sqrt{bx+c}}=\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}\rightarrow 2b=\sqrt{b+c}$

$\downarrow$

$4b^2=b+c\rightarrow \boxed{4b^2-b=c}$

با توجه به ① $\rightarrow a+\sqrt{b+c}=0\longrightarrow a+\sqrt{4b^2\cancel{-b}\cancel{+b}}\rightarrow a=-|2b|\rightarrow \dfrac{ab}{c}=\dfrac{-2b\times b}{4b^2-b}=\dfrac{-2b}{4b-1}$

سوال ۹ ←

$\dfrac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}$

$x\rightarrow 2\pi^+\rightarrow \sin x=0^-\rightarrow 4+k\left[\dfrac{-2\pi^+}{\pi}\right]<0$ -3

$x\rightarrow 2\pi^-\rightarrow \sin x=0^+\rightarrow 4+k\left[\dfrac{-2\pi^-}{\pi}\right]>0$ -2

2

$4+3k<0$ و $4+2k>0$

$\downarrow$

$4<3k$ $4>2k$

$\frac{4}{3}<k$ $2>k$

$\frac{4}{3}$ k 2 $\longrightarrow [-k]=-2$

سوال ۱۰ ←

$\dfrac{\sqrt{2+3\sqrt{x}}-2b}{ax-b}\times\dfrac{2}{\cancel{f}_{14}}=\dfrac{b^2(2+3\sqrt{x})-4b}{ax-b}=\dfrac{b^{2}\,3\sqrt{x}-2b}{ax-b}\times\dfrac{\cancel{2}}{\cancel{2}\ 14\times 3}\neq\dfrac{b^4x-8b^3}{ax-b}$

1,5

$\longrightarrow \dfrac{\cancel{b^3(b^3x-8)}}{\cancel{ax-b}}\ \xrightarrow[\text{می‌شود که } a=2,\ b=2]{\text{درصورتی زده}}\ =4b^3=\dfrac{\cancel{4}\times 8}{14\times 14\times 3}=\dfrac{1}{147}$

۵

$x \to 1^+ \to [x] = [1^+] = 1$

اتحاد مزدوج

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1+\cos \pi x} = \lim \frac{1-\cos^2 \pi x}{1+\cos \pi x} = 1-\cos \pi x = 1-(-1) = 2$$

۸

حد مخرج به صفر میل می‌کند چون حاصل حد عددی حقیقی است حد صورت نیز باید به صفر میل کند!

$$\lim_{x\to 0} a+\sqrt{bx+c} = 0 \to a+\sqrt{c} = 0 \to \boxed{a = -\sqrt{c}}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{bx+c}}{x} \xrightarrow{hop} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1} = \frac{b}{2\sqrt{c}} \to \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \to \boxed{b = \frac{\sqrt{c}}{2}}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{\sqrt{c}}{2}}{c} = -\frac{1}{2}$$

۱۰

صورت کسر به صفر میل می‌کند پس چون جواب حد عددی حقیقی است مخرج هم باید به صفر میل کند!

$$8a - b = 0 \to b = 8a$$

$$\lim \frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}} - 2)}{a(x-8)} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2} = \lim_{x\to 8} \frac{8\cancel{a}(\sqrt[3]{x} - 2)}{\cancel{a}(x-8) \times 4}$$

$$= \lim_{x\to 8} \frac{8}{(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4) \times 4} = \frac{8}{12 \times 4} = \frac{1}{6}$$