تکلیف ۱۹ سوگند زارعی

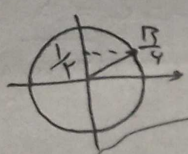
(1)

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^-} f(x) \Rightarrow 2\left[\frac{2-(-2^+)}{2}\right] + a\left[\frac{(-2^+)+2}{3}\right]$$

$$= 4\left[\frac{2-(-2^-)}{2}\right] + a\left[\frac{(-2^-)+2}{3}\right] \Rightarrow 2+0(a) = 4+(-a)$$

$$a=2 \qquad \left[\frac{a}{4}\right] = \left[\frac{2}{4}\right] = 0$$

(2)



$$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} [2\sin x - 1] = \lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} \left[2\times\left(\frac{1}{2}^-\right) - 1\right] = -1$$

(3)

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} [8x^3 - x] \Rightarrow \lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} [8x^3 - x]$$ عدد مثال می‌زنیم.

$$x = -\frac{4}{10} \Rightarrow 8\times\left(-\frac{4}{10}\right)^3 - \left(-\frac{4}{10}\right) = -\frac{512}{1000} + \frac{400}{1000} = -\frac{112}{1000} \Rightarrow \left[-\frac{112}{1000}\right] = -1$$

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}^-} [8x^3 - x]$$ عدد مثال می‌زنیم $$x = -\frac{6}{10} \Rightarrow 8\times\left(-\frac{6}{10}\right)^3 - \left(-\frac{6}{10}\right) = -\frac{1128}{1000}$$

$$\left[-\frac{1128}{1000}\right] = -2$$

تابع در نقطه $x=-\frac{1}{2}$ حد ندارد چون حد چپ و راست یکسان نیست.

(4) اول تکلیف براکت را معلوم می‌کنیم

$$\lim_{x\to (\frac{1}{2})^-} \frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{14x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}$$

$x\to(\frac{1}{2})^-$ مثلا $x=-\frac{6}{10} \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = \left[\frac{3}{\frac{36}{100}}\right] = 8$

$$x=-\frac{6}{10} \Rightarrow \left[-\frac{2}{x^2}\right] = -6$$

$$\lim_{x\to(\frac{1}{2})^-} \frac{10x-5+8}{14x-(-6)} = \lim_{x\to(\frac{1}{2})^-} \frac{10\times(-\frac{1}{2})-5+8}{14\times(-\frac{1}{2})+6} = \frac{-2}{-2} = 1$$

(5) اول تکلیف براکت را معلوم می‌کنیم

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1+\cos \pi x} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1-\cos^2 \pi x}{1+\cos \pi x} \qquad [x]_{x\to 1^+} = [1^+] = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+} \frac{(1-\cos\pi x)(1+\cos \pi x)}{1+\cos \pi x} = \lim_{x\to 1^+} 1-\cos \pi x = 1-(-1) = 2$$

(6)

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} \times \frac{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}} = \frac{2x+3-3x-4}{1+x} \times \cdots$$

$$\frac{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} = \frac{-x-1}{1+x} \times \frac{3}{2} = -1\times\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

(7)

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}} = \frac{(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)}{4x^2-3x-1} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{1}$$

سوگند زارعان   تکلیف ۱۹

(۷)

$$\lim_{x\to 1}\frac{(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)}{(4x+1)(x-1)}\times\left(2x+\sqrt{3x+1}\right)=\frac{(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)}{(4x+1)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\times\left(2x+\sqrt{3x+1}\right)$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-5}{(4x+1)(\sqrt{x}+1)}\times 4=\frac{-3}{5\times 2}\times 4=\frac{-6}{5}$$

---

(۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}$$

چون مخرج صفر است پس صورت نیز صفر است

$$a+\sqrt{b\times 0+c}=0$$

$$a+\sqrt{c}=0 \Rightarrow c=a^2$$

$$a+\sqrt{bx+c}=0 \Rightarrow \sqrt{bx+c}=-a$$

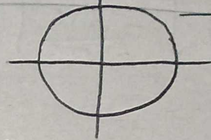
$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}\times\frac{a-\sqrt{bx+c}}{a-\sqrt{bx+c}}=\lim_{x\to 0}\frac{a^2-bx-c}{x(a-(-a))}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-bx}{x(2a)}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{-b}{2a}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{-1}{2}$$

$$\frac{ab}{c}=\frac{ab}{a^2}=\frac{b}{a}=-\frac{1}{2}$$

---

(۹)



$$\lim_{x\to -2\pi^+}\frac{4+k\left[\frac{-2\pi^+}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-2k}{\sin x}=+\infty$$

$$\frac{4-2k}{0^+}=+\infty$$

$$4-2k>0$$

$$\begin{cases}2k<4\\ k<2\end{cases}$$

$$\lim_{x\to -2\pi^-}\frac{4+k\left[\frac{-2\pi^-}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-3k}{\sin x}=+\infty$$

$$\frac{4-3k}{0^-}=+\infty \Rightarrow 4-3k<0 \quad 3k>4 \quad k>\frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4}<k<2 \Rightarrow -2<-k<-\frac{3}{4}$$

$$[-k]=-2$$

$$[-k]=-1$$

---

(۱۰)

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{ax-b}$$

صورت کسر برابر صفر است پس مخرج نیز صفر است

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-8a}\times\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}$$

$$b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b=0\Rightarrow\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}=2$$

$$\begin{cases}8a-b=0\\ \Rightarrow b=8a\end{cases}$$

$$=\lim_{x\to 8}\frac{b^2(2+\sqrt[3]{x})-4b^2}{ax-8a}\times\frac{1}{\underbrace{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}_{b\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2\right)}}=\frac{b^2(\sqrt[3]{x}-2)}{ax-8a}\times\frac{1}{b\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2\right)}$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{b(\sqrt[3]{x}-2)}{ax-8a}\times\frac{1}{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}_{2}}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+4}=\frac{b(x-8)}{a(x-8)}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow\frac{b}{48a}$$