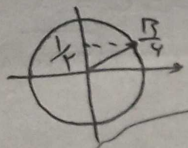
تکلیف ۱۴ ستوده زارعی

۱۸,۲۵

① $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^-} f(x) \Rightarrow 2\left[\frac{2-(-2^+)}{2}\right] + a\left[\frac{(-2^+)+2}{3}\right]$ ۲

$= 4\left[\frac{2-(-2^-)}{2}\right] + a\left[\frac{(-2^-)+2}{3}\right] \Rightarrow 2+0(a) = 4+(-a)$

$a = 2 \qquad \left[\frac{a}{4}\right] = \left[\frac{2}{4}\right] = 0$

② 

$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} [2\sin x - 1] = \lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} [2\times(\frac{1}{2}^-) - 1] = -1$ ۲

③ $\lim_{x\to -\frac{1}{2}} [8x^3 - x] \Rightarrow \lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} [8x^3 - x]$ عدد مثال می‌زنیم.

۱,۵

$x = -\frac{4}{10} \Rightarrow 8\times(-\frac{4}{10})^3 - (-\frac{4}{10}) = -\frac{512}{1000} + \frac{400}{1000} = \frac{-112}{1000} \Rightarrow \left[\frac{-112}{1000}\right] = -1$

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}^-} [8x^3 - x]$ عدد مثال می‌زنیم $x = -\frac{6}{10} \Rightarrow 8\times(-\frac{6}{10})^3 - (-\frac{6}{10}) = -\frac{1128}{1000}$

$\left[-\frac{1128}{1000}\right] = -2$ تابع در نقطه $x = -\frac{1}{2}$ حد ندارد چون حد چپ و راست با هم برابر نیست

④ اول تکلیف براکت را معلوم می‌کنیم $x\to(-\frac{1}{2})^-$

۱,۵

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{14x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}$

مثلا $x = -\frac{6}{10} \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = \left[\frac{3}{\frac{36}{100}}\right] = 8$

$x = -\frac{6}{10} \Rightarrow \left[-\frac{2}{x^2}\right] = -6$

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{10x-5+8}{14x-(-6)} = \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{10\times(-\frac{1}{2})-5+8}{14\times(-\frac{1}{2})+6} = \frac{-2}{-2} = 1$

⑤ اول تکلیف براکت را معلوم می‌کنیم

$[x]_{x\to 1^+} = [1^+] = 1$

$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1+\cos \pi x} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1-\cos^2 \pi x}{1+\cos \pi x}$ ۲

$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+} \frac{(1-\cos \pi x)(1+\cos \pi x)}{1+\cos \pi x} = \lim_{x\to 1^+} 1-\cos \pi x = 1-(-1) = 2$

⑥ $\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} \times \frac{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}} = \frac{2x+3-3x-4}{1+x} \times \cdots$

$\frac{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} = \frac{-x-1}{1+x} \times \frac{3}{2} = -1\times\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$ ۲

⑦ $\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}} = \frac{(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)}{4x^2-3x-1} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{1}$

تکلیف ۱۹ سوگند زارعان

⑦ ۲

$$\lim_{x\to 1}\frac{(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)}{(4x+1)(x-1)}\times(2x+\sqrt{3x+1})=\frac{(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-1)}{(4x+1)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\times(2x+\sqrt{3x+1})$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-5}{(4x+1)(\sqrt{x}+1)}\times 4=\frac{-3}{5\times 2}\times 4=-\frac{6}{5}$$

⑧ ۲

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=-\frac{1}{4}$$

چون مخرج صفر است پس صورت نیز صفر است

$$a+\sqrt{b(0)+c}=0$$

$$a+\sqrt{c}=0 \Rightarrow c=a^2$$

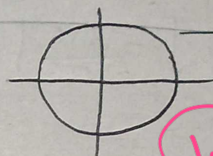
$$a+\sqrt{bx+c}=0\Rightarrow\sqrt{bx+c}=-a$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}\times\frac{a-\sqrt{bx+c}}{a-\sqrt{bx+c}}=\lim_{x\to 0}\frac{a^2-bx-c}{x(a-(-a))}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-bx}{x(2a)}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{-b}{2a}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{+b}{a}=\frac{-1}{2}$$

$$\frac{ab}{c}=\frac{ab}{a^2}=\frac{b}{a}=-\frac{1}{2}$$

⑨ ۱٫۷۵



$$\lim_{x\to-2\pi^+}\frac{4+k\left[\frac{(-2\pi^+)}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-2k}{\sin x}=+\infty$$

$$\frac{4-2k}{0^+}=+\infty$$

$$4-2k>0$$

$$\begin{cases}2k<4\\ k<2\end{cases}$$

$$\lim_{x\to-2\pi^-}\frac{4+k\left[\frac{(-2\pi^-)}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-3k}{\sin x}=+\infty$$

$$\frac{4-3k}{0^-}=+\infty\Rightarrow 4-3k<0 \quad 3k>4$$

$$k>\cancel{\tfrac{3}{4}}\ \tfrac{4}{3}$$

$$\frac{3}{4}<k<2\Rightarrow -2<-k<-\frac{4}{3}$$

$$[-k]=-2$$

$$\cancel{[-k]=-1}$$

⑩ ۱٫۵

$$\lim_{x\to 8}\frac{b(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{ax-b}$$

صورت برابر صفر است پس مخرج نیز صفر است

$$=\lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-8a}\times\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}$$

$$b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b=0\Rightarrow\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}=2$$

$$\begin{cases}8a-b=0\\ \Rightarrow b=8a\end{cases}$$

$$=\lim_{x\to 8}\frac{b^2(2+\sqrt[3]{x})-4b^2}{ax-8a}\times\frac{1}{\underbrace{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}_{b(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2)}}=\frac{b^2(\sqrt[3]{x}-2)}{ax-8a}\times\frac{1}{b(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2)}$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{b(\sqrt[3]{x}-2)}{ax-8a}\times\frac{1}{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}}_{2}+2}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+4}=\frac{b(x-8)}{a(x-8)}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow\frac{b}{48a}$$

3

حاصل براکت عدد صحیح نمی‌شود بنابراین نیازی به دوطرفه کردن حد نمی‌باشد!

$$\left[8\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{2}\right]=\left[1-\frac{1}{2}\right]=\left[-\frac{1}{2}\right]=-1$$

4

$$x<-\frac{1}{2}\rightarrow x^2>\frac{1}{4}\rightarrow\frac{1}{x^2}<4 \rightarrow \frac{3}{x^2}<12\rightarrow\left[\frac{3}{x^2}\right]=11$$

$$\rightarrow -\frac{2}{x^2}>-8\rightarrow\left[\frac{-2}{x^2}\right]=-8$$

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{10x-5+11}{14x-8}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{10x+6}{0^-}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

9

$$\lim_{x\to(-2\pi)^-}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-3k}{0^-}=+\infty\rightarrow 4-3k<0\rightarrow k>\frac{4}{3}$$

$$\lim_{x\to(-2\pi)^+}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=\frac{4-2k}{0^+}=+\infty\rightarrow 4-2k>0\rightarrow k<2$$

$$\rightarrow \frac{4}{3}<k<2\rightarrow[-k]=-2$$

10

صورت کسر به صفر میل می‌کند پس چون جواب حد عددی حقیقی است مخرج هم باید به صفر میل کند!

$$8a-b=0\rightarrow b=8a$$

$$\lim\frac{8a\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{a(x-8)}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}=\lim_{x\to8}\frac{8\cancel{a}\left(\sqrt[3]{x}-2\right)}{\cancel{a}(x-8)\times4}$$

$$=\lim_{x\to8}\frac{8}{\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)\times4}=\frac{8}{12\times4}=\frac{1}{6}$$