شماره فرم B

۱۸/۵

خورشید احمدی

(۱) $f(x)$ در $x=-۲$ حد دارد $\Rightarrow \lim\limits_{x\to -۲^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -۲^-} f(x) \to ۲ = ۴ - a \Rightarrow a = ۲$

$\xrightarrow{a=۲} \left\lfloor \frac{a}{۳} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{۲}{۳} \right\rfloor = 0$ ✓ ۲

(۲)

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^-} \lfloor ۲\sin x - ۱ \rfloor \to$ $\sin x$ $\Rightarrow \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^-} \lfloor ۱^- - ۱ \rfloor = -۱$ ✓ ۲

(۳)

$\lim\limits_{x\to -\frac{۱}{۲}} \lfloor ۸x^۵ - x \rfloor = \left\lfloor \cancel{۸ \times \frac{-۱}{۸}}^{-۱} + \frac{۱}{۲} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{-۱}{۲} \right\rfloor = -۱$ ✓ ۲

(۴)

$\lim\limits_{x\to (-\frac{۱}{۲})^-} \dfrac{۱۰x - ۸ + \lfloor \frac{۳}{x^۲} \rfloor}{۱۶x - \lfloor \frac{-۲}{x^۲} \rfloor}$ $\longrightarrow \left\lfloor \frac{۳}{x^۲} \right\rfloor = ۱۱$, $\frac{۱}{x^۲}$, $\longrightarrow \left\lfloor \frac{-۲}{x^۲} \right\rfloor = -۸$ ✓ $\Rightarrow = \dfrac{۱۰x + ۳}{۱۶x + ۸} = \dfrac{۵x + ۳}{۸x + ۴} = \dfrac{+\frac{۱}{۲}}{0^-} = -\infty$ ۲

(۵)

$\lim\limits_{x\to ۱^+} \dfrac{\sin^۲ \pi x}{\lfloor x \rfloor + \cos \pi x} = \dfrac{۱ - \cos^۲ \pi x}{۱ + \cos \pi x} = ۱ - \cos \pi x = ۱ - (-۱) = ۲$ ✓ ۲

(۶)

$\lim\limits_{x\to -۱} \dfrac{\sqrt{۴x + ۳} - \sqrt{۳x + ۴}}{۱ + \sqrt[۳]{x^۲}} \overset{\frac{0}{0}}{\xrightarrow{\text{Hop}}} \dfrac{\frac{۴}{۲\sqrt{۴x + ۳}} - \frac{۳}{۲\sqrt{۳x + ۴}}}{\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}} = \dfrac{۱ - \frac{۳}{۲}}{-۱} = \dfrac{۱}{۲}$ ۱/۵

(۷)

$\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{۲x - ۷\sqrt{x^۳} + ۵}{۲x - \sqrt{۳x + ۱}} = \dfrac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \dfrac{۲ - \frac{۷}{۲} x^{\frac{۱}{۲}}}{۲ - \frac{۱}{۲}(۳x + ۱)^{-\frac{۱}{۲}}} = \dfrac{۲ - \frac{۷}{۲}}{۲ - \frac{۱}{۴}} = \dfrac{-۶}{۷}$ ۱/۵

(۸)

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a + \sqrt{bx + c}}{\underset{=0}{x}} = \dfrac{۱}{۴}$, $a + \sqrt{bx + c} \longrightarrow = 0 \Rightarrow a = -\sqrt{c}$ ۲

$\xrightarrow{\text{Hop}} \dfrac{\frac{b}{۲\sqrt{bx + c}}}{۱} = \dfrac{۱}{۴} \xrightarrow{x=0} \dfrac{b}{۲\sqrt{c}} = \dfrac{۱}{\cancel{۴}_{۲}} \to ۲b = \sqrt{c}$ $\longrightarrow \dfrac{ab}{c} = \dfrac{-۲b \cdot b}{۴b^۲} = \dfrac{-۱}{۲}$ ✓

۹

$$\lim_{x\to -2\pi}\frac{4+k\lfloor \frac{x}{\pi}\rfloor}{\sin x} \xrightarrow{\text{حد دارد } -2\pi} \lim_{x\to -2\pi^-} = \lim_{x\to -2\pi^+} \Rightarrow$$

۲

$$\frac{4+k\lfloor \frac{-2\pi^+}{\pi}\rfloor}{0^+} = \frac{4-2k}{0^+} = +\infty \Rightarrow k=2^- \Rightarrow \lfloor -k\rfloor = -2$$

۱۰

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b} = \frac{0}{?} \xrightarrow[x\to 8]{\lim \neq 0} \lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b} = \frac{0}{0} \Rightarrow 8a-b=0$$

۱٫۵

$$\Rightarrow \frac{b}{a}=8 \;/\; \xrightarrow{HOP} \frac{\frac{b}{2}(2+\sqrt[3]{x})^{-\frac{1}{2}}}{a} = \frac{\overbrace{b}^{=8}}{\cancel{4}a} = 2$$

6

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}} \times \frac{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}$$

$$= \lim_{x\to -1}\frac{(2x+3-3x-4)(3)}{(1+x)(2)} = \frac{-(1+x)\times 3}{(x+1)\times 2} = -\frac{3}{2}$$

7

$$\lim \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5)}{2x-\sqrt{3x+1}} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}} = \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5)\times 4}{4x^2-3x-1}$$

$$\lim \frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})(2\sqrt{x}-5)\times 4}{(\cancel{x-1})(4x+1)} = \lim\frac{[2(1)-5]\times 4}{(4(1)+1)\times 2} = -1.2$$

$\sqrt{x}+1$

۱۰

صورت کسر به صفر میل می‌کند پس چون جواب حد عدد حقیقی است مخرج هم باید به صفر میل کند!

$8a-b=0 \to b=8a$

$$\lim \frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{a(x-8)} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2} = \lim_{x\to 8}\frac{8\cancel{a}(\sqrt[3]{x}-2)}{\cancel{a}(x-8)\times 4}$$

$$= \lim_{x\to 8}\frac{8}{(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4)\times 4} = \frac{8}{12\times 4} = \frac{1}{6}$$