

سوال ۱) حد چپ و راست در نقطه‌ای $x = -2$ برابر است.

$$f(x) = 2 \left[\frac{2-x}{2} \right] + a \left[\frac{x+2}{2} \right] \rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} 2 \left[\frac{2-(-2)}{2} \right] + a \left[\frac{-2+2}{2} \right] = 2 \left[\frac{4}{2} \right] + a \left[\frac{0}{2} \right] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} 2 \left[\frac{2-(-2)}{2} \right] + a \left[\frac{-2+2}{2} \right] = 2 \left[\frac{4}{2} \right] + a \left[\frac{0}{2} \right] = 2 - a$$

$$\left. \begin{aligned} 2 - a = 2 &\Rightarrow a = 2 \\ \Rightarrow \left[\frac{a}{2} \right] &= \left[\frac{2}{2} \right] = 1 \end{aligned} \right\}$$

سوال ۲)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} [2 \sin x - 1] = [2 \sin \frac{\pi}{4} - 1] = [2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 1] = [1 - 1] = [0] = -1$$

سوال ۳) چپ داخل برکت به ازای $x = -\frac{1}{2}$ عددی نسبی می شود و برای $x = -\frac{1}{2}$ چپ حساب کردن حد چپ و راست نیست

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} [8x^2 - x] = [8x \left(-\frac{1}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \right)] = [-1 + \frac{1}{2}] = [-\frac{1}{2}] = -1$$

سوال ۴)

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2} \right)^-} \frac{\log x - 5 + \left[\frac{3}{x^2} \right]}{14x - \left[-\frac{2}{x^2} \right]}$$

در عددی $x = -\frac{1}{2}$ صفری است.

اول جواب برکت ها را بیست می کنیم

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2} \right)^-} \frac{\log x - 5 + 12}{14x - 4} = \frac{\log \left(-\frac{1}{2} \right) - 5 + 12}{14 \left(-\frac{1}{2} \right) - 4} = \frac{\log \left(-\frac{1}{2} \right) - 5 + 12}{-7 - 4} = \frac{\log \left(-\frac{1}{2} \right) - 5 + 12}{-11}$$

سوال ۵)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x} \xrightarrow{[1^+]} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} \xrightarrow{0/0} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 - \cos \pi x = 1 - (-1) = 2$$

سوال ۶)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4}}{1 + \sqrt{x}} \xrightarrow{0/0} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+3) - (x+4)}{(1 + \sqrt{x})(\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-1}{(1 + \sqrt{x})(\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4})} = \frac{-1}{2(2)} = -\frac{1}{4}$$

سوال ۷)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x} + 5}{2x - 3\sqrt{x} + 1} \xrightarrow{0/0} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5)}{2x - 3\sqrt{x} + 1} \times \frac{2}{2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5) \times 2}{(2x - 3\sqrt{x} + 1) \times 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5) \times 2}{(2x - 3\sqrt{x} + 1) \times 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5) \times 2}{(2x - 3\sqrt{x} + 1) \times 2} = \frac{-2}{5}$$

سوال ۸)

مخرج صفری می شود و جواب حد عدد نشده است پس در نتیجه صورت هم صفر بوده و حد ۰ بوده است

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{f} \xrightarrow{H.P} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{bx+c}}{1} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{b}{\sqrt{c}} = \frac{1}{f} \rightarrow b = \frac{\sqrt{c}}{f}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} a + \sqrt{bx+c} = 0 \rightarrow a + \sqrt{c} = 0 \rightarrow a = -\sqrt{c}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \sqrt{c}}{c \times f} = \frac{-c}{f \times c} = -\frac{1}{f}$$

سوال ۹)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f+k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{f+k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin(x)} = \frac{f-2k}{0^+} = +\infty \rightarrow f-2k > 0 \rightarrow k < \frac{f}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f+k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin(x)} = \frac{f-3k}{0^-} = +\infty \rightarrow f-3k < 0 \rightarrow k > \frac{f}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} k < \frac{f}{2} \\ k > \frac{f}{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{f}{3} < k < \frac{f}{2} \rightarrow -2 < k < -\frac{f}{3} \rightarrow [k] = -2$$

سوال ۱۰)

صورت به ازای $x = n$ صفری می شود و صورت سوال گفته است

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b\sqrt{2+\sqrt{n}} - 2b}{a_n - b} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b(\sqrt{2+\sqrt{n}} - 2)}{a_n - b} \times \frac{\omega}{\omega} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b(\sqrt{2+\sqrt{n}} - 2)}{(a_n - a_n) \times f \times \omega} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n(n-n)}{a_n(n-n) \times f \times \omega} = \frac{1}{4}$$

جواب حد عددی حقیقی و غیر صفری است پس مخرج هم صفر بوده است

$$a_n - b \leftarrow a_n - b = 0 \leftarrow a_n - b$$