۱۹/۵ آفرین شفیعی عالی نوشتی!

نام و نام خانوادگی ....حانیه زهرا شفیعی..........   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۷... کلاس ...دوازدهم تجربی ۵......

۱

$۸\cos x - \tan^۲ x = ۱ \rightarrow ۸\cos x = ۱ + \frac{\sin^۲ x}{\cos^۲ x} \rightarrow ۸\cos x = \frac{\cos^۲ x + \sin^۲ x}{\cos^۲ x}$

$\rightarrow ۸\cos x = \frac{۱}{\cos^۲ x} \rightarrow \cos^۳ x = \frac{۱}{۸} \rightarrow \cos x = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{۰\leq x\leq ۲\pi} x = \frac{\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۳}$ → ۲ عدد! ✓

۲

۲

$۵\sin^۲ x + ۲\cos ۳x = -۲ \rightarrow ۵(۱-\cos^۲ x) + ۲(۴\cos^۳ x - ۳\cos x) = -۲$

$۸\cos^۳ x - ۵\cos^۲ x - ۶\cos x + ۷ = ۰ \xrightarrow{\text{جمع ضرایب با توان } \cos x} \cos x = -۱ \xrightarrow{-\pi\leq x\leq \pi} x = -\pi, \pi$

فرد با جمع ضرایب $\cos x$ با توان زوج با هم برابر است.

$\cos x = t \rightarrow ۸t^۳ - ۵t^۲ - ۶t + ۷ \;|\; t+۱$

$\quad -(۸t^۳ + ۸t^۲) \qquad ۸t^۲ - ۱۳t + ۷$

$\quad -۱۳t^۲ - ۶t + ۷$

$\quad -(-۱۳t^۲ - ۱۳t)$

$\quad ۷t + ۷$

$\quad ۷t + ۷$

$\quad ۰$

$\rightarrow ۸t^۲ - ۱۳t + ۷ \xrightarrow{\Delta<۰}$ این عبارت ریشه ندارد → ✓ در مجموع، x می‌تواند ۲ جواب داشته باشد!

۲

۳

$۲\sin(x)\cos(۲x) + \sin(x) = ۱ \rightarrow ۲\sin(x)(۱-۲\sin^۲ x) + \sin x = ۱ \rightarrow ۲\sin x - ۴\sin^۳ x + \sin x = ۱$

$۳\sin x - ۴\sin^۳ x = ۱ \rightarrow \sin ۳x = ۱ \rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶}$

$\xrightarrow{۰\leq x\leq ۲\pi} x = \frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶}, \frac{۹\pi}{۶}$

مجموع: $\frac{۵\pi}{۶} + \frac{۹\pi}{۶} + \frac{\pi}{۶} = \frac{۱۵\pi}{۶}$ ✓

۲

۴

$\frac{۱}{\sin(\frac{\pi}{۲}+۲x)} + \frac{۱}{\cos(\frac{\pi}{۲}+۴x)} = \frac{۱}{\cos ۲x} - \frac{۱}{\sin ۴x} = ۰ \rightarrow \cos ۲x = \sin ۴x$

(جواب صحیح را حذف کن!)

$\rightarrow \sin(\frac{\pi}{۲}+۲x) = \sin ۴x \rightarrow ۴x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} + ۲x \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۴}$ ✓ $\xrightarrow{۰<x<\pi} x = \frac{\pi}{۴}$ غیرقابل قبول

۲

$\rightarrow ۴x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۲} - ۲x \rightarrow x = \frac{k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۱۲} \rightarrow x = \frac{\pi}{۱۲}, \frac{۵\pi}{۱۲}$ قابل قبول

اختلاف: $\frac{۵\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۱۲} = \frac{۴\pi}{۱۲} = \frac{\pi}{۳} = \alpha \qquad \tan\frac{۲\pi}{۳} = -\sqrt{۳}$

۵

$\cos(x+\frac{\pi}{۴}) = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \rightarrow \cos^۲(x+\frac{\pi}{۴}) = \frac{۱+\cos(۲x+\frac{\pi}{۲})}{۲} \rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۱-\sin ۲x}{۲} \rightarrow \sin ۲x = \frac{۱}{۳}$

$m(\cos x - \sin x) - ۲\sqrt{۶}\sin ۲x = \sqrt{۶} \rightarrow m\times -\sqrt{۲}\sin(x-\frac{\pi}{۴}) - ۲\sqrt{۶}\times\frac{۱}{۳} = \sqrt{۶}$

$\rightarrow m\times\sqrt{۲}\sin(\underbrace{\frac{\pi}{۴}-x}_{\text{متمم } x+\frac{\pi}{۴}\text{!}}) = ۲\sqrt{۶} \rightarrow m\times\cos(x+\frac{\pi}{۴})\times\sqrt{۲} = ۲\sqrt{۶} \rightarrow m\times\sqrt{۲}\times\frac{۱}{\sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۶}$

۲

$\rightarrow m\sqrt{۲} = ۶\sqrt{۲}$ ✓ $\rightarrow m = ۶$

۶

$\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(x-\frac{\pi}{3})=1 \to \sin(x+\frac{\pi}{6})\times\cos(\frac{\pi}{3}-x)=1 \xrightarrow{\text{زوایای متمم}} \sin(x+\frac{\pi}{6})\sin(x+\frac{\pi}{6})=1$

$\sin(x+\frac{\pi}{6})=\pm1 \to x+\frac{\pi}{6}=2k\pi\pm\frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=0 \text{ اگر}]{0<x<2\pi} x=\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}$ ← اگر k مساوی ۱- یا ۱ هم باشد همین جواب‌ها

بدست می‌اید و معادله ۲ جواب دارد!

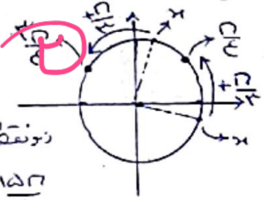
✓

۲

۷

$\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2} \to \frac{a}{|a|}\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha),\ \tan\alpha=\frac{b}{a}$

$\tan\alpha=\sqrt{3}\to\alpha=\frac{\pi}{3} \to 2\sin(x+\frac{\pi}{3})=\sqrt{2}\to\sin(x+\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\frac{\pi}{4}$ یا $\sin\frac{3\pi}{4}$



← طبق شکل، ۲ نقطه است که از $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ به فاصله‌ی $\frac{\pi}{3}$ باشند و در بازه‌ی $[-\pi,2\pi]$ آن

دو نقطه: $45-60=-15^\circ$ ، و $135-60=75$ هستند! ← مجموع اینها: $\frac{3\pi}{8}+\frac{15\pi}{8}=\frac{18\pi}{8}=\frac{9\pi}{4}$

$=2\pi-\frac{\pi}{8}=\frac{15\pi}{8}$ ، $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}=\frac{3\pi}{8}$

۸

$4\sin x\sin(\frac{3\pi}{2}-x)=1\to 4\sin x\times-\cos x=1\to-2\sin2x=1\to\sin2x=\frac{-1}{2}$

$\sin2x=\sin\frac{7\pi}{6}\to2x=2k\pi+\frac{7\pi}{6}\to x=k\pi+\frac{7\pi}{12}\to x=\frac{7\pi}{12},\pi+\frac{7\pi}{12}$

$\hookrightarrow 2x=2k\pi+\pi-\frac{7\pi}{6}\to x=k\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{7\pi}{12}\to x=\frac{11\pi}{12},\frac{23\pi}{12}$

مجموع: $\frac{7\pi}{12}+\frac{19\pi}{12}+\frac{11\pi}{12}+\frac{23\pi}{12}=\frac{60\pi}{12}=5\pi$ ✓

۲

۹

$(1+\cos2\alpha)(1+\cos4\alpha)(1+\cos8\alpha)=\frac{1}{8}\to(2\cos^2\alpha)(2\cos^22\alpha)(2\cos^24\alpha)=\frac{1}{8}\xrightarrow{\times\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}}$

۱,۵

$\frac{(\sin^2\alpha)(2\cos^2\alpha)(2\cos^22\alpha)(2\cos^24\alpha)}{\sin^2\alpha}=\frac{1}{8}\to\frac{(\sin^22\alpha)(2\cos^22\alpha)(2\cos^24\alpha)}{2\sin^2\alpha}\to\frac{(\sin^24\alpha)(2\cos^24\alpha)}{4\sin^2\alpha}$

$\to\frac{\sin^28\alpha}{\cancel{8}\sin^2\alpha}=\frac{1}{\cancel{8}}\to\sin^28\alpha=\sin^2\alpha$

$\nearrow \sin8\alpha=\sin\alpha\to8\alpha=2k\pi+\alpha\to\alpha=\frac{2k\pi}{7}$ یا $8\alpha=2k\pi+\pi-\alpha\to\alpha=\frac{2k\pi}{9}+\frac{\pi}{9}$

$\to\sin8\alpha=-\sin\alpha\to\sin8\alpha=\sin(-\alpha)\to8\alpha=2k\pi-\alpha\to\alpha=\frac{2k\pi}{9}$

یا $8\alpha=2k\pi+\pi+\alpha\to\alpha=\frac{2k\pi}{7}+\frac{\pi}{7}=$ ماکسیمم $\to k=3\to\alpha=\pi$

۱۰

$\tan(3x)\times\tan x=1\to\tan3x=\frac{1}{\tan x}\to\tan3x=\cot x\to\tan3x=\tan(\frac{\pi}{2}-x)$

$3x=k\pi+\frac{\pi}{2}-x\to4x=k\pi+\frac{\pi}{2}\to x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{8}\xrightarrow{\pi\leqslant x\leqslant2\pi}x=\frac{9\pi}{8},\frac{11\pi}{8},\frac{13\pi}{8},\frac{15\pi}{8}$

مجموع: $\frac{9\pi}{8}+\frac{11\pi}{8}+\frac{13\pi}{8}+\frac{15\pi}{8}=\frac{48\pi}{8}=6\pi$ ✓

۲

$$۱+\cos ۲\star = ۲\cos^۲ \star$$

$$\left\{\begin{array}{l} ۱+\cos ۲\alpha = ۲\cos^۲ \alpha \\ ۱+\cos ۴\alpha = ۲\cos^۲ ۲\alpha \\ ۱+\cos ۸\alpha = ۲\cos^۲ ۴\alpha \end{array}\right\} \rightarrow ۸\cos^۲\alpha \cos^۲ ۲\alpha \cos^۲ ۴\alpha = \frac{۱}{۸}$$

$$\cos^۲\alpha \cos^۲ ۲\alpha \cos^۲ ۴\alpha = \frac{۱}{۶۴} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \cos\alpha \cos ۲\alpha \cos ۴\alpha = \frac{\pm ۱}{۸} \xrightarrow[\sin\alpha \neq ۰]{\times \sin\alpha \ \star}$$

$$\underbrace{(\sin\alpha \cos\alpha)}_{\sin ۲\alpha} \cos ۲\alpha \cos ۴\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{۸} \rightarrow \frac{۱}{۲}\underbrace{(\sin ۲\alpha \cos ۲\alpha)}_{\frac{۱}{۲}\sin ۴\alpha} \cos ۴\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{۸}$$

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \underbrace{(\sin ۴\alpha \cos ۴\alpha)}_{\sin ۸\alpha} = \pm\frac{\sin\alpha}{۸} \rightarrow \frac{۱}{\cancel{۸}} \sin ۸\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{\cancel{۸}}$$

$$\sin ۸\alpha = \pm \sin\alpha \rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۸\alpha = ۲k\pi + \alpha \ \text{یا} \ ۲k\pi + \pi - \alpha \\ ۸\alpha = ۲k\pi - \alpha \ \text{یا} \ ۲k\pi + \pi + \alpha \end{array}\right.$$

$$\alpha = \frac{۲k\pi}{۷} \xrightarrow{\text{Max } A} k = ۳ \rightarrow x = \frac{۶\pi}{۷}$$

$$\alpha = \frac{۲k\pi}{۹} \xrightarrow{\text{Max } A} k = ۴ \rightarrow x = \frac{۸\pi}{۹}$$

$$\alpha = \frac{(۲k+۱)\pi}{۷} \xrightarrow{\text{Max } A} k = ۲ \rightarrow x = \frac{۵\pi}{۷}$$

$$\alpha = \frac{(۲k+۱)\pi}{۹} \xrightarrow{\text{Max } A} k = ۳ \rightarrow x = \frac{۷\pi}{۹}$$

$$\rightarrow \boxed{\text{Max } A = \frac{۸\pi}{۹}}$$

★ A نمی‌تواند برابر خود π باشد چون طبق ★ sinα را مخالف صفر در نظر گرفته‌ایم!