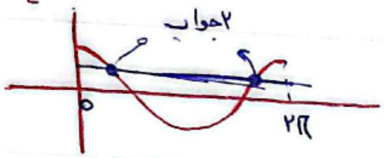
Date No

عسل خبازیان   تکلیف ۱۷   دوازدهم دختر B   برای تمامی سوالات $K\in\mathbb{Z}$ هستند

۱- $8\cos x-\tan^2 x=1 \longrightarrow 8\cos x=\underbrace{\tan^2 x+1}_{\frac{1}{\cos^2 x}} \longrightarrow 8\cos^3 x=1 \rightarrow \cos x=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$

یا از شکل





۲- $5\sin^2(x)+2\cos(3x)=-2$

ببین حرفم یه نفر خیلی منطقیه قبول داری اگه $\sin x$ رو ۰ بذاریم $\cos(3x)$ باید به $(-1)$ که کمترین حالتشه که میتونه بشه و قبول داری $5\sin^2 x$ یه چیز همواره مثبته پس اگه قراره بهمون جمعش با $2\cos 3x$ یه چیز منفی بده باید $2\cos 3x$ منفی بشه و باید کوچیکتر از $-1$ هم بشه که خب نشدنیه پس فقط حالتی قبوله که $\sin x=0$ و $\cos(3x)=-1$ بشه هر ۲ رو می‌نویسیم اشتراک می‌گیریم

$\cos(3x)=-1=\cos\pi \Rightarrow 3x=2k\pi+\pi \Rightarrow x=\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{3}$ I

$\sin(x)=0=\sin\pi \Rightarrow x=k\pi$ II

I $-\pi\leqslant\frac{2k\pi+\pi}{3}\leqslant\pi \quad -4\pi\leqslant 2k\pi\leqslant 2\pi \Rightarrow -2\leqslant k\leqslant 1 \Rightarrow -\pi,\ -\frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{3},\ \pi$

II $-\pi\leqslant k\pi\leqslant\pi \Rightarrow -1\leqslant k\leqslant 1 \Rightarrow -\pi,\ 0,\ \pi$

$-\pi, \pi$ اشتراکشون

۳- $2\sin x\cos 4x+\sin x=1$

۴- $\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)}+\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi+8x}{2}\right)}=0 \qquad \cos\left(\frac{\pi+8x}{2}\right),\ \sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)\neq 0$

$\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)}=\frac{1}{-\cos\left(\frac{\pi+8x}{2}\right)} \Rightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{2}+4x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right) \Rightarrow \sin 4x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$

$\begin{cases}4x=2k\pi+\frac{\pi}{2}+2x \Rightarrow 2x=2k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{4} \\ 4x=2k\pi-\frac{\pi}{2}-2x \Rightarrow 6x=2k\pi-\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{3}-\frac{\pi}{12}\end{cases}$

شرط را نقض می‌کنه غ ق ق

$0\leqslant\frac{k\pi}{3}-\frac{\pi}{12}\leqslant\pi$

$\frac{\pi}{12}\leqslant\frac{k\pi}{3}\leqslant\frac{13\pi}{12} \Rightarrow \frac{\pi}{4}\leqslant k\pi\leqslant\frac{13\pi}{4}$

$\frac{1}{4}\leqslant k\leqslant\frac{13}{4}$

اعداد صحیح ۲ و ۱ و ۳

$\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$ غ ق ق

$\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{7\pi}{12}$ ✓ $\quad \pi-\frac{\pi}{12}=\frac{11\pi}{12}$

$\left|\frac{11\pi-7\pi}{12}\right|=\frac{4\pi}{12}=\frac{\pi}{3}$

$\tan\frac{2\pi}{3}=\tan 120^\circ=\frac{\sin 120^\circ}{\cos 120^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=-\sqrt{3}$

عسل خبازیان تکلیف ۱۷ دوازدهم دختر B

۵- if $\cos(x+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\sqrt3}$ $m=?$

$\frac{\sqrt2}{2}(\cos x-\sin x)=\frac{1}{\sqrt3} \Rightarrow \cos x-\sin x=\frac{\sqrt2}{\sqrt3}=\frac{\sqrt6}{3}$

$(\cos x-\sin x)^2=\frac{2}{3}=1-\sin 2x \Rightarrow \sin 2x=\frac{1}{3}$

$m(\cos x-\sin x)-3\sqrt6\sin(2x)=\sqrt6$

$\frac{m\sqrt6}{3}-3\sqrt6\underbrace{\sin 2x}_{\frac{1}{3}}=\sqrt6$

$\frac{m\sqrt6-3\sqrt6}{3}=\sqrt6$

$\cancel{\sqrt6}(m-3)=\cancel{\sqrt6}\times3$ $m=6$

۶- $\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(x-\frac{\pi}{3})=1$

چون متمم می‌شوند $\sin(x+\frac{\pi}{6})$

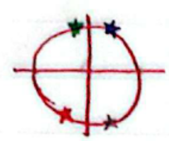
$-\sin(x+\frac{\pi}{6})\cancel{\cos(\frac{\pi}{3}-x)}=-1$ $+\sin^2(x+\frac{\pi}{6})=+1$ $\sin(x+\frac{\pi}{6})=\pm1=\sin\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}$

$x+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ و $x+\frac{\pi}{6}=2k\pi-\frac{\pi}{2}+\pi$

$x=2k\pi+\frac{\pi}{3}$ و $x=2k\pi\ \cancel{\ }+\frac{2\pi}{3}$

$x+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\pi-\frac{3\pi}{2}$ $x+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{3\pi}{2}$

$x=2k\pi-\frac{2\pi}{3}$ و $x=2k\pi-\frac{\pi}{3}$



۴جواب دارد

۷- $\sin x+\sqrt3\cos x=\sqrt2 \rightarrow \frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt3}{2}\cos x=\frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{4}$

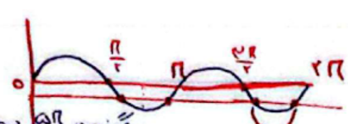
$x+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{\pi}{12}$ $-\pi\le2k\pi-\frac{\pi}{12}\le2\pi$ $-\frac{11\pi}{12}\le2k\pi\le\frac{25\pi}{12}$ $-\frac{11}{24}\le k\le\frac{25}{24}$ ۰ و ۱

$x+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{7\pi}{12}$ $-\pi\le2k\pi-\frac{7\pi}{12}\le2\pi$ $-\frac{5\pi}{12}\le2k\pi\le\frac{31\pi}{12}$ $-\frac{5}{24}\le k\le\frac{31}{24}$ ۰ و ۱

$2\pi-\frac{\pi}{12}+2\pi-\frac{7\pi}{12}\ -\frac{\pi}{12}-\frac{7\pi}{12}=4\pi-\frac{16\pi}{12}^{\frac{4\pi}{3}}=\frac{8\pi}{3}$

۸- $4\sin x\underbrace{\sin(\frac{3\pi}{2}-x)}_{-\cos x}=1$ $-2(2\sin x\cos x)=1 \Rightarrow \sin2x=-\frac{1}{2}$ $\frac{2\pi}{2}=\pi=T$

$\frac{5\pi}{4}+\frac{7\pi}{4}=\frac{12\pi}{4}=3\pi$




$\frac{5\pi}{4}$ ، بین همش بوده $\frac{5\pi}{4}$ میانگین بوده

$\frac{7\pi}{4}$ ، میانگیش بوده همش $\frac{7\pi}{4}$

۹-

Date No

عسل حکمتزبان تکلیف ۱۷ دوازدهم دختر B

۹_

$(1+\cos 2\alpha)(1+\cos 4\alpha)(1+\cos 8\alpha)=\frac{1}{8}$

$(2\cos^2\alpha)(2\cos^2 2\alpha)(2\cos^2 4\alpha)=\frac{1}{8} \Rightarrow \cos^2\alpha\cos^2 2\alpha\cos^2 4\alpha=\frac{1}{64} \Rightarrow \cos\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha=\frac{1}{8} \xrightarrow{\times \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha}}$

$\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha=\frac{\sin\alpha}{8} \Rightarrow \sin 8\alpha=\sin\alpha$

$\frac{1}{2}\sin 2\alpha$ ، $\frac{1}{4}\sin 4\alpha$ ، $\frac{1}{8}\sin 8\alpha$

$8\alpha=2k\pi+\alpha \qquad \alpha=\frac{2k\pi}{7}$

$8\alpha=2k\pi+\pi-\alpha \qquad \alpha=\frac{2k\pi+\pi}{9}$

ماکسیمم مقدار قابل

$\frac{2k\pi}{7}<\pi \qquad k<\frac{7}{2} \qquad k\in\mathbb{Z}\rightarrow 3=k \rightarrow \frac{6\pi}{7}$

منظور از max ایندکه زاویه max باشد

$\frac{2k\pi+\pi}{9}<\pi$

$\rightarrow 2k\pi<8\pi \rightarrow k\in\mathbb{Z}\rightarrow 4=k \rightarrow \pi$ این بیشترین حالت

۱۰ _

$\tan 3x+\tan x=1 \longrightarrow \tan 3x=\frac{1}{\tan x} \longrightarrow \sin 3x=\cot x$

$\frac{\sin 3x}{\cos 3x}=\frac{\cos x}{\sin x} \xrightarrow[\cos x\neq 0]{\sin x\neq 0,\ x\neq k\pi} \cos x\cos 3x-\sin 3x\sin x=0$

$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2} \qquad \cos\frac{\pi}{2}=\cos 4x=0$

$4x=2k\pi\pm\frac{\pi}{2}$

$\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{8}$ شرط هم نقض نمیکنه حالا باید بریم سراغ جوابها

$\left.\begin{array}{l}\pi\leq\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\leq 2\pi\\ \frac{7\pi}{8}\leq\frac{k\pi}{2}\leq\frac{15\pi}{8}\end{array}\right\}\ \frac{7}{4}\leq k\leq\frac{15}{4} \qquad \frac{8}{4},\frac{12}{4}\rightarrow\frac{9\pi}{8},\frac{13\pi}{8}$

$\left.\begin{array}{l}\pi\leq\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\leq 2\pi\\ \frac{9\pi}{8}\leq\frac{k\pi}{2}\leq\frac{17\pi}{8}\end{array}\right\}\ \frac{9}{4}\leq k\leq\frac{17}{4} \qquad \frac{12}{4},\frac{16}{4}\rightarrow\frac{11\pi}{8},\frac{15\pi}{8}$

$\frac{\pi}{8}(9+11+13+15)=\frac{48\pi}{8}=\frac{17}{4}\pi$