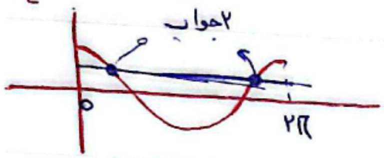
Date No ۱۴

عسل خبازیان تکلیف ۱۷ دوازدهم دختر B برای تمامی $k\in Z$ سوالات هستند

۱- $8\cos x - \tan^2 x = 1 \longrightarrow 8\cos x = \underbrace{\tan^2 x + 1}_{\frac{1}{\cos^2 x}} \longrightarrow 8\cos^3 x = 1 \to \cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۲ جواب

یا از شکل



۲

۲- $5\sin^2(x) + 2\cos(3x) = -2$

ببین حرفم به نظرم خیلی منطقیه قبول داری اگه $\sin x$ رو ۰ بزاریم $\cos(3x)$ باید به (۱-) که کمترین حالتیه که میتونه بشه و قبول داری $5\sin^2 x$ یه چیز همواره مثبته پس اگه قراره بهمون جمعش با $2\cos 3x$ یه چیز منفی بده باید $2\cos 3x$ منفی بشه و باید کوچیکتر از ۱- هم بشه که خب نمیشه پس فقط حالتی قبوله که $\sin x = 0$ و $\cos(3x) = -1$ بشه هر ۲ رو می‌نویسیم اشتراک می‌گیریم

$\cos(3x) = -1 = \cos\pi \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$ I

$\sin(x) = 0 = \sin\pi \Rightarrow x = k\pi$ II

۲

I $-\pi \leq \frac{2k\pi + \pi}{3} \leq \pi \quad -4\pi \leq 2k\pi \leq 2\pi \Rightarrow -2 \leq k \leq 1 \to -\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \pi$

II $-\pi \leq k\pi \leq \pi \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \to -\pi, 0, \pi$

$-\pi, \pi$ اشتراکشونه

۳- $2\sin x\cos 2x + \sin x = 1$

۰

۴- $\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi+8x}{2}\right)} = 0 \qquad \cos\left(\frac{\pi+8x}{2}\right), \sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right) \neq 0$

$\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)} = \frac{1}{-\cos\left(\frac{\pi+8x}{2}\right)} \Rightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{2}+4x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right) \Rightarrow \sin 4x = \sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$

$\begin{cases} 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + 2x \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow 6x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \end{cases}$ شرط را نقض می‌کنه غ ق ق

۲

$0 \leq \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \leq \pi \qquad \frac{\pi}{12} \leq \frac{k\pi}{3} \leq \frac{13\pi}{12} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq k\pi \leq \frac{13\pi}{4} \qquad \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{13}{4}$

اعداد صحیح ۲ و ۱ و ۳

$\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$ غ ق ق $\quad \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{7\pi}{12} \quad \pi - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$

$\left|\frac{11\pi - 7\pi}{12}\right| = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$

$\tan\frac{2\pi}{3} = \tan 120 = \frac{\sin 120}{\cos 120} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$

عسل خبازیان   تکلیف ۱۷   دوازدهم دختر B

۵- if $\cos(x+\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $m=?$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$(\cos x - \sin x)^2 = \frac{2}{3} = 1 - \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{3}$

$m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6}\sin(2x) = \sqrt{6}$

$\frac{m\sqrt{6}}{3} - 3\sqrt{6}\underbrace{\sin 2x}_{\frac{1}{3}} = \sqrt{6}$

$\frac{m\sqrt{6} - 3\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6}$

$\cancel{\sqrt{6}}(m-3) = \cancel{\sqrt{6}}\times 3$ $m=6$

۲

۶- $\sin(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4}) = 1$

چون متمم می‌شوند $\sin(x+\frac{\pi}{4})$

$-\sin(x+\frac{\pi}{4})\cancel{\cos(\frac{\pi}{4}-x)} = -1$ $+\sin^2(x+\frac{\pi}{4}) = +1$ $\sin(x+\frac{\pi}{4}) = \pm 1 = \sin\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

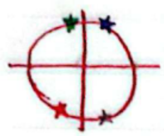
۱,۷۵

$x+\frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ و $x+\frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + \pi$

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ و $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$

$x+\frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{3\pi}{2}$ $x+\frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$

$x = 2k\pi - \frac{3\pi}{4}$ و $x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$



~~۴ جواب دارد~~

۲ جواب

$\frac{4\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$

$x = -\frac{\pi}{12}$ و $\frac{23\pi}{12}$ و $\frac{5\pi}{12}$ → $S = \frac{27\pi}{12} = \frac{9\pi}{4}$

۷- $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{3}) = \sin\frac{\pi}{4}$

۱,۵

$x+\frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{12}$ $-\pi \leq 2k\pi - \frac{\pi}{12} \leq 2\pi$ $-\frac{11\pi}{12} \leq 2k\pi \leq \frac{25\pi}{12}$ $-\frac{11}{24} \leq k \leq \frac{25}{24}$ ۱ و ۰

$x+\frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{7\pi}{12}$ $-\pi \leq 2k\pi - \frac{7\pi}{12} \leq 2\pi$ $-\frac{5\pi}{12} \leq 2k\pi \leq \frac{31\pi}{12}$ $-\frac{5}{24} \leq k \leq \frac{31}{24}$ ۱ و ۰

$2\pi - \frac{\pi}{12} + 2\pi - \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{12} - \frac{7\pi}{12} = 4\pi - \frac{\cancel{16\pi}}{\cancel{12}}^{\frac{4\pi}{3}} = \frac{8\pi}{3}$

۸- $4\sin x \underbrace{\sin(\frac{3\pi}{2}-x)}_{-\cos x} = 1$ $-2(2\sin x\cos x) = 1 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2}$ $\frac{2\pi}{2} = \pi = T$

۱,۵

$\frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = \frac{12\pi}{4} = 3\pi$

$\frac{5\pi}{4}$ به ضمیمش برده، $\frac{5\pi}{4}$ میانگین برده

میانگین برده: $\frac{7\pi}{4}$، ضمیمش ← $\frac{7\pi}{4}$

۹-

Date No

عسل حقانی‌زبان تکلیف ۱۷ دوازدهم دختر B

۹ـ

۱٫۵

$$(1+\cos 2\alpha)(1+\cos 4\alpha)(1+\cos 8\alpha)=\frac{1}{8}$$

$$(2\cos^2\alpha)(2\cos^2 2\alpha)(2\cos^2 4\alpha)=\frac{1}{8} \Rightarrow \cos^2\alpha\cos^2 2\alpha\cos^2 4\alpha=\frac{1}{64} \Rightarrow \cos\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha=\frac{1}{8} \overset{\times\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha}}{\Longrightarrow}$$

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\sin\alpha\cos\alpha}_{\frac{1}{2}\sin 2\alpha}\cos 2\alpha}_{\frac{1}{4}\sin 4\alpha}\cos 4\alpha}_{\frac{1}{8}\sin 8\alpha}=\frac{\sin\alpha}{8} \Rightarrow \sin 8\alpha=\sin\alpha$$

$$8\alpha=2k\pi+\alpha \qquad \alpha=\frac{2k\pi}{7}$$

$$8\alpha=2k\pi+\pi-\alpha \qquad \alpha=\frac{2k\pi+\pi}{9}$$

ماکسیمم و مینیمم ناقابل

$$\frac{2k\pi}{7}\leq\pi \qquad k\leq\frac{7}{2} \qquad k\in\mathbb{Z}\to 3=k\to\frac{6\pi}{7}$$

منظور از max اینکه زاویه max باشه؟

$$\frac{2k\pi+\pi}{9}\leq\pi \to 2k\pi\leq 8\pi \to k\in\mathbb{Z}\to 4=k\to \pi$$

این بیشترین حالته

۱۰

۱٫۷۵

$$\tan 3x\tan x=1 \longrightarrow \tan 3x=\frac{1}{\tan x} \longrightarrow \frac{\sin 3x}{\cos 3x}=\cot x$$

$$\frac{\sin 3x}{\cos 3x}=\frac{\cos x}{\sin x} \xrightarrow[\cos x\neq 0]{\sin x\neq 0,\ x\neq k\pi} \cos x\cos 3x-\sin 3x\sin x=0$$

$$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2} \qquad \cos\frac{\pi}{2}=\cos 4x=0$$

$$4x=2k\pi\pm\frac{\pi}{2}$$

شرط‌ها رو نقض نمی‌کنه حالا بریم سراغ جواب‌ها $\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{8}$

$$\pi\leq\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\leq 2\pi,\quad \frac{7\pi}{8}\leq\frac{k\pi}{2}\leq\frac{15\pi}{8} \Big\} \ \frac{7}{4}\leq k\leq\frac{15}{4} \qquad \frac{8}{4},\frac{12}{4}\to\frac{9\pi}{8},\frac{13\pi}{8}$$

$$\pi\leq\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\leq 2\pi,\quad \frac{9\pi}{8}\leq\frac{k\pi}{2}\leq\frac{17\pi}{8} \Big\} \ \frac{9}{4}\leq k\leq\frac{17}{4} \qquad \frac{12}{4},\frac{16}{4}\to\frac{11\pi}{8},\frac{15\pi}{8}$$

$$\frac{\pi}{8}\underbrace{(9+11+13+15)}_{48}=\frac{\cancel{48}\pi}{8}=\cancel{6}\pi \quad 6\pi$$

۱۰

$$\tan 3x=\frac{1}{\tan x}=\cot x \longrightarrow \tan 3x=\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$3x=k\pi+\frac{\pi}{2}-x \longrightarrow 4x=k\pi+\frac{\pi}{2} \to x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{8}$$

k	4	5	6	7
x	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{11\pi}{8}$	$\frac{13\pi}{8}$	$\frac{15\pi}{8}$

$$S=\left(\frac{9+11+13+15}{8}\right)\pi=\frac{48\pi}{8}=\boxed{6\pi}$$

③

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ (فرمول طلایی)

$2\sin x(1-2\sin^2 x) + \sin x = 1 \longrightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x = 1$

$\sin 3x = 1 \longrightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{0 \le x \le 2\pi}$

$k=0 \longrightarrow x = \frac{\pi}{6}$, $k=1 \longrightarrow x = \frac{5\pi}{6}$, $k=2 \longrightarrow x = \frac{9\pi}{6}$

$S = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{9\pi}{6} = \frac{15\pi}{6} = \boxed{\frac{5\pi}{2}}$

---

⑦ عبارت را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم.

$\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 60^\circ \sin x + \sin 60^\circ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{-\pi \le x \le 2\pi} k=0,1 \longrightarrow x = -\frac{\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \\ x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \longrightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{-\pi \le x \le 2\pi} k=0 \longrightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

$S = \frac{23\pi}{12} - \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{27\pi}{12} = \boxed{\frac{9\pi}{4}}$

---

⑧

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$

$4\sin x(-\cos x) = 1 \longrightarrow -2(2\sin x\cos x) = 1 \longrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2}$

$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$ یا $2k\pi + \frac{7\pi}{6} \longrightarrow x = \overset{2}{k\pi - \frac{\pi}{12}}$ یا $\overset{1}{k\pi + \frac{7\pi}{12}}$

$$\xrightarrow{0 \le x \le 2\pi} \begin{cases} 1:\ k=0,1 \longrightarrow x = \frac{7\pi}{12}, \frac{19\pi}{12} \\ 2:\ k=1,2 \longrightarrow x = \frac{11\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \end{cases}$$

$S = \frac{7\pi}{12} + \frac{19\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} + \frac{23\pi}{12} = \frac{60\pi}{12} = \boxed{5\pi}$

(۹)

$$1+\cos 2x = 2\cos^2 x$$

$$\begin{cases} 1+\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha \\ 1+\cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha \\ 1+\cos 8\alpha = 2\cos^2 4\alpha \end{cases} \rightarrow 8\cos^2\alpha \cos^2 2\alpha \cos^2 4\alpha = \frac{1}{8}$$

$$\cos^2\alpha \cos^2 2\alpha \cos^2 4\alpha = \frac{1}{64} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \cos\alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{\pm 1}{8} \xrightarrow[\sin\alpha \neq 0]{\times \sin\alpha} \star$$

$$\underbrace{(\sin\alpha \cos\alpha)}_{\sin 2\alpha} \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{8} \rightarrow \frac{1}{2}\underbrace{(\sin 2\alpha \cos 2\alpha)}_{\frac{1}{2}\sin 4\alpha} \cos 4\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{8}$$

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\underbrace{(\sin 4\alpha \cos 4\alpha)}_{\sin 8\alpha} = \pm\frac{\sin\alpha}{8} \rightarrow \frac{1}{\cancel{8}}\sin 8\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{\cancel{8}}$$

$$\sin 8\alpha = \pm\sin\alpha \rightarrow \begin{cases} 8\alpha = 2k\pi + \alpha \ \text{یا}\ 2k\pi + \pi - \alpha \\ 8\alpha = 2k\pi - \alpha \ \text{یا}\ 2k\pi + \pi + \alpha \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{2k\pi}{7} \xrightarrow{\max A} k=3 \rightarrow x = \frac{6\pi}{7}$$

$$\alpha = \frac{2k\pi}{9} \xrightarrow{\max A} k=4 \rightarrow x = \frac{8\pi}{9}$$

$$\alpha = \frac{(2k+1)\pi}{7} \xrightarrow{\max A} k=2 \rightarrow x = \frac{5\pi}{7}$$

$$\alpha = \frac{(2k+1)\pi}{9} \xrightarrow{\max A} k=3 \rightarrow x = \frac{7\pi}{9}$$

$$\rightarrow \boxed{\max A = \frac{8\pi}{9}}$$

★ A نمی‌تواند برابر خود π باشد چون طبق ★ sinα را مخالف صفر در نظر گرفته‌ایم!