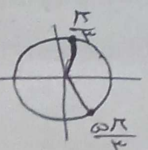
تکلیف ۱۷ [illegible]

①

$۸\cos x = \tan^{۲} x + ۱ \Rightarrow ۸\cos x = \frac{۱}{\cos^{۲} x} \Rightarrow ۸\cos^{۳} x = ۱$

$۲\cos x = ۱ \Rightarrow \cos x = \frac{۱}{۲}$ $\quad x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

دارای ۲ جواب است.



②

③

④

$\frac{۱}{\sin(\frac{\pi}{۲}+۴x)} + \frac{۱}{\cos(\frac{\pi}{۲}+۴x)} = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{\cos ۴x} - \frac{۱}{\sin ۴x} = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{\sin ۴x} = \frac{۱}{\cos ۴x}$

$\sin ۴x = \cos ۴x \Rightarrow \sin ۴x = \cos ۲x \Rightarrow ۲\sin ۲x \cos ۲x = \cos ۲x$

$\cos ۲x \neq ۰ \Rightarrow \sin ۲x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$ یا $۲x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$

$x = k\pi + \frac{\pi}{۱۲}$ $\quad x = k\pi + \frac{۵\pi}{۱۲}$ $\quad \alpha = \frac{۵\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۱۲} = \frac{\pi}{۳}$

$x = \frac{\pi}{۱۲}$ $\quad x = \frac{۵\pi}{۱۲}$

$\tan \frac{۲\pi}{۳} = \boxed{-\sqrt{۳}}$

⑤

$\cos(x + \frac{\pi}{۴}) = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x - \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin ۲x \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos x - \sin x) = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \Rightarrow \cos x - \sin x = \frac{۲}{\sqrt{۶}}$

$m(\frac{۲}{\sqrt{۶}}) - ۲\sqrt{۶}\sin ۲x = \sqrt{۶}$

رتبه‌زا اولی

(۶)

$\sin(x+\frac{\pi}{۶})\cos(x-\frac{\pi}{۳})=۱ \underset{\cos x=\cos(-x)}{\Longrightarrow} \sin(x+\frac{\pi}{۶})\cos(-x+\frac{\pi}{۳})=۱$

$x+\frac{\pi}{۶}+(-x+\frac{\pi}{۳})=\frac{\pi}{۲}$ متمم $\Rightarrow \sin^۲(x+\frac{\pi}{۶})=۱$ ① $\sin(x+\frac{\pi}{۶})=۱$

زاویه متمم اند

② $\sin(x+\frac{\pi}{۶})=-۱$

$\sin x=۱ \quad x+\frac{\pi}{۶}=۲k\pi+\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳} \quad x=\frac{\pi}{۳}$

$\sin x=-۱ \quad x+\frac{\pi}{۶}=۲k\pi-\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x=۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳} \quad x=\frac{۴\pi}{۳}$

---

(۷)

$a\sin x+b\cos x \Rightarrow \frac{a}{|a|}\sqrt{a^۲+b^۲}\,\sin(x+\underset{\tan\frac{b}{a}}{\alpha})$

$۲\sin(x+\frac{\pi}{۳})=\sqrt{۲} \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{۳})=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow x+\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}$

$x=۲k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$

$x+\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۴} \Rightarrow x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۱۲}$

$x=\frac{-\pi}{۱۲},\ \frac{۲۳\pi}{۱۲}$

$x=\frac{۵\pi}{۱۲}$

$\frac{-\pi}{۱۲}+\frac{۵\pi}{۱۲}+\frac{۲۳\pi}{۱۲}=\frac{۲۷\pi}{۱۲}$

---

(۸)

$۴\sin x\sin(\underbrace{\frac{۳\pi}{۲}-x}_{-\cos x})=۱ \Rightarrow -۴\sin x\cos x=۱ \Rightarrow +۲\sin x\cos x=-\frac{۱}{۲}$

$\sin ۲x=-\frac{۱}{۲} \quad ۲x=۲k\pi-\frac{\pi}{۶}\ ,\ ۲x=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶}$

$x=k\pi-\frac{\pi}{۱۲} \quad x=k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}$

$x=\frac{۷\pi}{۱۲},\ \frac{۱۹\pi}{۱۲}$

$x=\frac{۱۱\pi}{۱۲},\ \frac{۲۳\pi}{۱۲}$

$\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\frac{۲۳\pi}{۱۲}+\frac{۷\pi}{۱۲}+\frac{۱۹\pi}{۱۲}=\frac{۶۰\pi}{۱۲}=۵\pi$

---

(۹)

$(۱+\cos ۲\alpha)(۱+\cos ۴\alpha)(۱+\cos ۸\alpha)=\frac{۱}{۸} \Rightarrow (۲\cos^۲\alpha)(۲\cos^۲ ۲\alpha)(۲\cos^۲ ۴\alpha)=\frac{۱}{۸}$

$۸(\cos\alpha\cos ۲\alpha\cos ۴\alpha)^۲=\frac{۱}{۸} \Rightarrow \cos\alpha\cos ۲\alpha\cos ۴\alpha=\pm\frac{۱}{۸}$

$\xRightarrow{\times ۸\sin\alpha} \underbrace{۸\sin\alpha\cos\alpha}_{\frac{۴\times ۲\sin\alpha\cos\alpha}{\sin ۲\alpha}}\cos ۲\alpha\cos ۴\alpha=\pm\frac{۱}{۸}\times ۸\sin\alpha$

$\underbrace{\frac{۲\sin ۲\alpha\cos ۲\alpha}{\sin ۴\alpha}}\quad \underbrace{\frac{۲\sin ۴\alpha\cos ۴\alpha}{\sin ۸\alpha}}=$

① $\sin ۸\alpha=+\sin\alpha$

② $\sin ۸\alpha=-\sin\alpha=\sin(-\alpha)$

① $۸\alpha=۲k\pi+\alpha$, $۸\alpha=۲k\pi+\pi-\alpha$ $\Rightarrow \alpha=\frac{۲k\pi}{۷}$, $\alpha=\frac{۲k\pi}{۹}+\frac{\pi}{۹}$

② $۸\alpha=۲k\pi-\alpha$, $۸\alpha=۲k\pi+\pi+\alpha$ $\Rightarrow \alpha=\frac{۲k\pi}{۹}$, $\alpha=\frac{۲k\pi}{۷}+\frac{\pi}{۷}$

$\max=\frac{۲۸۴\pi}{۹}+\frac{\pi}{۹}=\pi$

---

(۱۰)

$\tan ۳x=\cot x \Rightarrow \tan ۳x=\tan(\frac{\pi}{۲}-x) \Rightarrow ۳x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-x$

$\tan ۳x=\frac{۱}{\tan x}$

$x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}$

$x=\frac{۹\pi}{۸},\ \frac{۱۱\pi}{۸},\ \frac{۱۳\pi}{۸},\ \frac{۱۵\pi}{۸} \Rightarrow \frac{۹\pi}{۸}+\frac{۱۱\pi}{۸}+\frac{۱۳\pi}{۸}+\frac{۱۵\pi}{۸}=\frac{۴۸\pi}{۸}=۶\pi$