شهریور ۱۴۰۳ 2024
۱۸ 8 September
یکشنبه Sunday
۴ ربیع‌الاول ۱۴۴۶

مثلثات دوار

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
					۱	۲
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱						

۱)

الف) $1 - 2\sin^2 x = 3\sin x - 1$

$\Rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\sin x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(2)(-2)}}{4} = \dfrac{-3 \pm 5}{4}$ → $\dfrac{1}{2}$ ، -2 ×

$\sin x = \dfrac{1}{2}$

$x = 2k\pi + \dfrac{\pi}{6}$

$x = 2k\pi + \dfrac{5\pi}{6}$

ب) $2\cos^2 x - 1 + \cos x - 2 = \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

$\cos x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-3)}}{4}$ → 1 ، $\dfrac{-3}{2}$ ×

$x = 2k\pi$

---

۲) الف) $(\sin^2 x - \cos^2 x)(\cancel{\sin^2 x + \cos^2 x}) = 2\sin 2x \cos 2x$

$\Rightarrow -\cancel{\cos 2x} = 2\sin 2x \cancel{\cos 2x} \Rightarrow \sin 2x = \dfrac{-1}{2}$

$2x = 2k\pi - \dfrac{\pi}{6} \longrightarrow x = k\pi - \dfrac{\pi}{12}$

$2x = 2k\pi - \dfrac{5\pi}{6} \longrightarrow x = k\pi - \dfrac{5\pi}{12}$

۳-

الف) $\frac{\cos x}{\cancel{\sin x}}(2\cos x+1)=\frac{1}{\cancel{\sin x}}$ $\qquad \sin x \neq 0$

$2\cos^2 x+\cos x-1=0 \Rightarrow \cos x=-1 \;,\; \cos x=\frac{1}{2}$

غ ق ق زیرا $\sin x \neq 0$

$\cos x=\frac{1}{2} \qquad x=2k\pi+\frac{\pi}{3}$

$x=2k\pi+2\frac{\pi}{3}$

ب) $\sin^2 x-\sin x\cos x+\cancel{\sin^2 x+\cos^2 x}^{\,1}=2$

$\sin^2 x-\sin x\cos x-1=0 \Rightarrow \frac{1-\cos 2x}{2}-\frac{\sin 2x}{2}-1=0$

$1-\cos 2x-\sin 2x-2=0 \Rightarrow \sin 2x+\cos 2x=-1$

۵

$$\frac{2\sin 2x\cos 2x+\sin 2x}{\sin 2x}=\cancel{\sin^2 x+\cos^2 x}$$

$$\frac{\cancel{\sin 2x}(2\cos 2x+1)}{\cancel{\sin 2x}}=1 \Rightarrow 2\cos 2x=0$$

$$\cos 2x=0$$

$$\cos^2 x-\sin^2 x=0 \Rightarrow \cos^2 x=\sin^2 x$$

$$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$$

۶

$$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}}=\frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} \Rightarrow \sin^2\frac{x}{2}=1+\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2}$$

$$\cancel{1}-\cos^2\frac{x}{2}=\cancel{1}+\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2} \Rightarrow 2\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2}=0$$

$$2\cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)=0 \to \cos\frac{x}{2}=0$$

$$\to \cos\frac{x}{2}=-1$$

۱۰

الف) $(\sin^2 x-\cos^2 x)(\cancel{\sin^2 x+\cos^2 x})=1$

$$\sin^2 x-(1-\sin^2 x)=1 \Rightarrow \sin^2 x+\sin^2 x-1=1$$

$$2\sin^2 x=2 \to \sin^2 x=1 \to \sin x=\pm 1$$

$$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$$

ب) $(\sin x-\cos x)(\overbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}^{1}+\sin x\cos x)=-1$

$$(\sin x-\cos x)(1+\sin x\cos x)=-1$$