شما اصولا تکلیف های خوبی می‌نویسید! کمی بیشتر دقت کن! ۱۸,۲۵

نام و نام خانوادگی ...[illegible] زهرا شفیعی......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۲... کلاس ..دوازدهم [illegible].........

۱

الف) $\cos 2x = 3\sin x - 1 \rightarrow 1 - 2\sin^2 x = 3\sin x - 1 \rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

$\rightarrow \frac{(2\sin x + 4)(2\sin x - 1)}{2} = 0 \rightarrow \sin x = -2$ غیرقابل قبول ، $\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x \in \{2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{5\pi}{6}\}$

دقت کن!

ب) $\cos 2x + \cos x - 2 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 1 + \cos x - 2 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

$\rightarrow \cos x = +1 \rightarrow x \in 2k\pi + \pi$ ، $\cos x = -\frac{3}{2}$ غیرقابل قبول $(2\cos x + 3)(\cos x - 1)$ ۱,۵

$\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi$

۲

الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 4x \rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = \sin 4x \rightarrow 1 \times (-\cos 2x) = \sin 4x$

$-\cos 2x = 2\sin 2x \cos 2x \rightarrow \cos 2x = 0 \rightarrow 2x \in 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow x \in k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$\rightarrow \cos 2x \neq 0 \rightarrow \sin 2x = \frac{-1}{2} \rightarrow 2x \in \{2k\pi + \frac{7\pi}{6}, 2k\pi + \frac{11\pi}{6}\}$ ، $x \in \{k\pi + \frac{7\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}\}$ ۲

ب) $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1 \rightarrow \sin 2x = 1 - 2\cos^2 x \rightarrow \sin 2x = -\cos 2x \rightarrow \tan 2x = -1$

$2x = k\pi + \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$

۳

الف) $\cot x(2\cos x + 1) = \frac{1}{\sin x} \rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} \times (2\cos x + 1) = \frac{1}{\sin x} \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

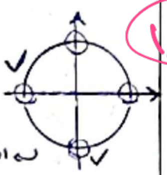
$\cos x = -1 \rightarrow x \in 2k\pi + \pi$ ، $\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x \in 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

اگر $\cos x = -1$ باشد $\sin x = 0$ است و عبارت تعریف نشده می‌شود

پس جواب غیر قابل قبول می‌شود

ب) $2\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x = 1 + 1 \rightarrow 2\sin^2 x - 1 - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{1 + \cos 2x}{2} = 1$

$\rightarrow -\cos 2x - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{1 + \cos 2x}{2} = 1 \rightarrow \frac{-\cos 2x - \sin 2x + 1}{2} = 1 \rightarrow \cos 2x + \sin 2x = -1$



$2x \in \{2k\pi + \pi, 2k\pi - \frac{\pi}{2}\} \rightarrow x \in \{k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi - \frac{\pi}{4}\}$ که از بین ۴ نقطه‌ی مرزی، ۲ نقطه‌ی مشخص شده جواب است! ۱,۷۵

۴

الف) $\cos(\frac{\pi}{4} + x)\cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4} \rightarrow \cos(\frac{\pi}{4} + x)\cos(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{زوایای متمم}} \cos(\frac{\pi}{4} + x) \times \sin(\frac{\pi}{4} + x) = \frac{1}{4}$

$\rightarrow \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + 2x)}{2} = \frac{1}{4} \rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$ ، $2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۲

ب) $\cos(2x - \frac{\pi}{9}) = -\sin 2x \rightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{9}) = \sin(-2x) \rightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{9}) = \cos(\frac{\pi}{2} - (-2x))$

$\rightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{9}) = \cos(\frac{\pi}{2} + 2x) \rightarrow 2x - \frac{\pi}{9} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi + 2x \rightarrow -\frac{\pi}{9} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ غیرقابل قبول

$\rightarrow 2x - \frac{\pi}{9} = 2k\pi - 2x - \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{7\pi}{72}$

۵

$\frac{\sin 4x + \sin 2x}{\sin 2x} = \sin^2 x + \cos^2 x \rightarrow \frac{\sin 4x}{\sin 2x} + 1 = 1 \rightarrow \frac{\sin 4x}{\sin 2x} = 0$ ۲

$\sin 4x = 0 \rightarrow 4x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$ ، $\sin 2x \neq 0 \rightarrow 2x \neq k\pi$ ، $x \neq \frac{k\pi}{2} \rightarrow$ پس k نباید اعداد زوج باشد چون

به ازای اعداد زوج برای k ، $\frac{k\pi}{4}$

$x \in \{\frac{k\pi}{4}$ ، $k \neq$ اعداد زوج$\}$

تبدیل به $\frac{k\pi}{2}$ می‌شود و مخرج را صفر می‌کند!

$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sin\frac{x}{2}} + \frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} \to \frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}} = \frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} \to \sin^2\frac{x}{2} = (1+\cos\frac{x}{2})^2$

$\to \sin^2\frac{x}{2} = 1+\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2} \to \cancel{\sin^2\frac{x}{2}} = \cancel{\sin^2\frac{x}{2}}+\cos^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2} \to 2\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2}=0$ ۲ ۶

$-\pi \le x \le \frac{3\pi}{2} \to -\frac{\pi}{2} \le \frac{x}{2} \le \frac{3\pi}{4}$ $\cos\frac{x}{2} = -1 \to$ در بازه‌ی داده شده $\cos\frac{x}{2}$ نمی‌تواند ۱- باشد

$\cos\frac{x}{2} = 0 \to \frac{x}{2} = \{-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\} \to x = \{\pi, -\pi\} \to$ قدر مطلق تفاضل جواب‌ها: $|\pi-(-\pi)| = 2\pi$

$\cos^2 x - \sin^2 x\cos 2x = 1 \to 1-\cos^2 x = -\sin^2 x\cos 2x \to \sin^2 x = -\sin^2 x \times \cos 2x$

$\to \sin^2 x = 0 \to x \in \{k\pi\}$ ۱/۵

$\to \sin^2 x \neq 0 \to \cancel{\sin^2 x} = -\cancel{\sin^2 x}\cos 2x \to \cos 2x = -1 \to 2x \in \{2k\pi+\pi\} \to x \in \{\frac{2k\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\}$ ۷

تعداد جواب‌ها در بازه‌ی $[-\pi, \frac{3\pi}{2}]$ ؟

$\frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \tan 2x \xrightarrow{1=\tan\frac{\pi}{4}} \frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan x}{1+\tan\frac{\pi}{4}\times\tan x} = \tan 2x \to \tan(\frac{\pi}{4}-x) = \tan 2x$

$2x = k\pi+\frac{\pi}{4}-x \to x = \frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{12}$

۲ ۸

$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \to \sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x} = \sqrt{2}\cos 2x \to \sqrt{(\sin x+\cos x)^2} = (\cos^2 x-\sin^2 x)\times\sqrt{2}$

$\to \sin x+\cos x = \sqrt{2}(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x) \to \sin x+\cos x = 0 \to x =$ ؟

$\hookrightarrow \sin x+\cos x \neq 0 \to 1 = \sqrt{2}\times(\cos x-\sin x) \to -\sin x+\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۱/۵ ۹

$\frac{b}{a} = -1 \to \tan\alpha = -1 \to \boxed{\alpha = \frac{3\pi}{4}} \to -\sqrt{2}\sin(x+\frac{3\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \to \sin(x+\frac{3\pi}{4}) = \frac{-1}{2}$

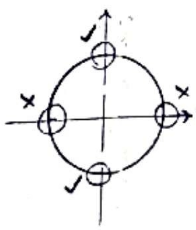
$x+\frac{3\pi}{4} = \frac{7\pi}{6} \to x = \frac{5\pi}{12}$ قابل قبول $x+\frac{3\pi}{4} = \frac{11\pi}{6} \to x = \frac{13\pi}{12}$ غ.ق.ق در بازه مشخص شده نیست

۲ جواب رادیکال منفی می‌شود!

در قسمت الف و ب در این سوال ۴ نقطه‌ی اصلی را امتحان می‌کنیم!

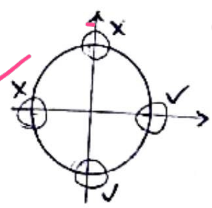
الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1$

$x \in \{2k\pi \pm \frac{\pi}{2}\}$



ب) $\sin^4 x - \cos^4 x = -1$

$x \in \{2k\pi, 2k\pi-\frac{\pi}{2}\}$



۲ ۱۰

سوال ۷

$$\cos^2 x - \sin^2 x \cos 3x = 1 \xrightarrow{\cos^2 x = 1-\sin^2 x}$$

$$\cancel{1} - \sin^2 x - \sin^2 x \cos 3x = \cancel{1} \longrightarrow \sin^2 x(1+\cos 3x) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 3x = -1 \end{cases}$$

$$\sin x = 0 \longrightarrow x = k\pi \longrightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$\cos 3x = -1 \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi+\pi}{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$$

معادله ۵ جواب دارد

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2 - 2\sin^2 2x \rightarrow 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = +\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\sin 2x = -1 \rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0 \le x \le \pi} x = \frac{3\pi}{4} \checkmark$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0 \le x \le \pi} x = \frac{\pi}{12} \checkmark \text{ یا } \frac{5\pi}{12} \times$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند

به ازای $x = \frac{5\pi}{12}$ ، $\cos 2x$ منفی می‌شود چون جواب رادیکال است غ ق ق است

* معادله ۲ جواب دارد