سوال ۱ ۱۷/۵ مرتب تر بنویس !

الف) $\cos ۲x = ۳\sin x - ۱$

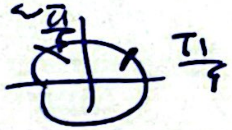
$\downarrow$

$۱ - ۲\sin^۲ = ۳\sin - ۱ \rightarrow ۲\sin^۲ + ۳\sin - ۲ = ۰$

$\sin^۲ + ۳\sin - ۴ = ۰ \quad \underset{-۴}{(\sin + ۴)}\underset{۱}{(\sin - ۱)} =$

۲

$\sin x = \frac{۱}{۲}$



غ‌ق‌ق (-۲) ، $(\frac{۱}{۲})$ ق‌ق

$$\boxed{x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \quad , \quad ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}}$$

ب) $\cos ۲x + \cos x - ۲ = ۰ \rightarrow ۲\cos^۲ - ۱ + \cos - ۲ = ۰$

$۲\cos^۲ + \cos - ۳ = ۰ \rightarrow \cos^۲ + \cos - ۶ = ۰$

$\underset{-۳}{(\cos + ۳)}\underset{۲}{(\cos - ۲)} = ۰$

غ‌ق‌ق (-۳) ، (۱) ق‌ق

$\cos x = ۱ \rightarrow \boxed{x = ۲k\pi}$

سوال ۲

الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 4x$

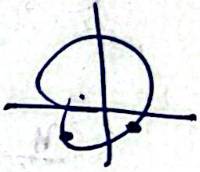
$(\sin^2 - \cos^2)(\sin^2 + \cancel{\cos^2}) = \sin 4x$

$-\cos 2x = \sin 4x \rightarrow -\cancel{\cos 2x} = 2\sin 2x \cancel{\cos 2x}$

$2\sin 2x = -1 \rightarrow \sin 2x = \boxed{-\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{7\pi}{6} \quad \frac{11\pi}{6}$ ②

$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12}$ ✓

$2x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{5\pi}{12}$



ب) $2\cos^2 + 2\sin x \cos x = 1$

$2\cos^2 - 1 + 2\sin x \cos x = 0$

$\cos 2x + \sin 2x = 0 \rightarrow \frac{\pi}{4}$ صادر

در ناحیه ۲، ۴

$2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}}$ ✓

سوال ۳

الف) $\frac{\cos x}{\cancel{\sin x}}(۲\cos + ۱) = \frac{۱}{\cancel{\sin}}$

$۲\cos^۲ + \cos = ۱ \rightarrow ۲\cos^۲ + \cos - ۱ = ۰$

$\cos^۲ + \cos - ۲ = ۰$

$(\cos + ۲)(\cos - ۱) = $

$-۲ \qquad ۱ \rightarrow -\frac{۲}{۲} , \frac{۱}{۲}$

ق ق

-۱ غ ق ق. چون بازه مطرح نکرده

۲

$$\boxed{x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}}$$

سوال ۳ ب

$۲\sin^۲ - \sin\cos + \cos^۲ = ۲$

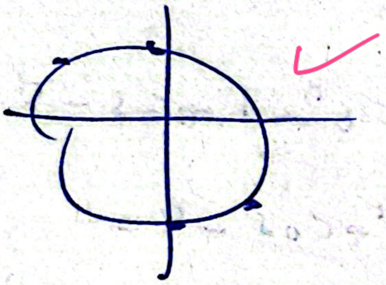
$\sin^۲ - \sin\cos = ۱$

$\sin^۲ + \cancel{\sin^۲ - \sin\cos + \cos^۲} = ۲$

$\quad ۱$

$-\sin\cos - \cos^۲ = ۰$

$\cos(-\sin - \cos) = ۰$



✓

$\cos ۰ \rightarrow k\pi + \frac{\pi}{۲}$

$\cos = -\sin \rightarrow k\pi - \frac{\pi}{۴}$

سوال ۳

الف) $\cos(\frac{\pi}{4}+x)\cos(x-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{4}$

$\cos(x-\frac{\pi}{4})=\cos(-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}+x)=\sin(\frac{\pi}{4}+x)$

$\cos(\frac{\pi}{4}+x)\sin(\frac{\pi}{4}+x)=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{2}+2x)=\frac{1}{4}$

$\cos 2x=\frac{1}{2}$

✓

$2x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$

$x=k\pi\pm\frac{\pi}{6}$

۴ ت

ب) $\cos(۲x - \frac{\pi}{۹}) = -\sin ۲x$

$\cos(۲x - \frac{\pi}{۹}) = \cos(۲x + \frac{\pi}{۲})$

$۲x - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi + ۲x + \frac{\pi}{۲}$ ×

$۲x - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi - ۲x - \frac{\pi}{۲}$

$۴x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۹} - \frac{\pi}{۲}$

$\cancel{\frac{۲\pi}{۱۸} - \frac{۹\pi}{۱۸}} = -\frac{۷\pi}{۱۸}$

$۴x = ۲k\pi - \frac{۷\pi}{۱۸}$ ✓

$$\boxed{x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{۷\pi}{۷۲}}$$

+۱

سوال

$$\frac{\sin 4x + \sin 2y}{\sin 2x} - \underbrace{\sin^2 x = \cos^2 x}_{+1}$$

۱,۵

$$\frac{\sin 4x + \sin 2y}{\sin 2x} = 1$$

$$\sin 4x + \cancel{\sin 2x} = \cancel{\sin 2y}$$ ✓

به ازای برخی مقادیر k
منجر صفر میشود

$$\sin 4x = 0 \to 4x = \frac{k\pi}{\cancel{4}} \to \boxed{x = \frac{k\pi}{4}}$$

حل ۹

۱,۷۵

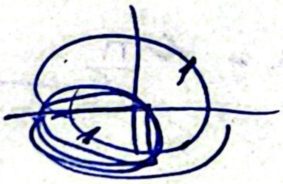
$\tan\frac{\alpha}{۲} = \frac{\sin}{۱+\cos} \to \tan\frac{x}{۴} = \frac{\sin\frac{x}{۲}}{۱+\cos\frac{x}{۲}}$

$\tan\frac{x}{۴} = \frac{۱}{\tan\frac{x}{۴}} \quad \frac{\cos\frac{x}{۲}}{\cancel{\sin\frac{x}{۲}}} \cancel{\times \frac{\sin x}{۲}} = \boxed{\frac{۱+\cos\frac{x}{۲}}{\sin\frac{x}{۲}}}$ ✓

$\frac{۱}{\tan\frac{x}{۴}}$

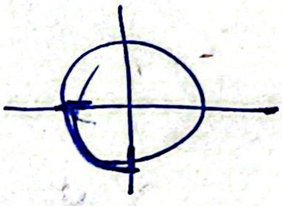
$(\tan\frac{x}{۴})^۲ = \boxed{۱} \to \frac{x}{۴}$

$\frac{x}{۴} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴}$

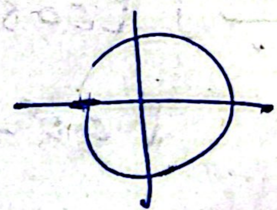


$\frac{x}{۴} = ۲k\pi + \pi \cancel{+ \frac{\pi}{۴}}$

$\frac{۵\pi}{۴}$

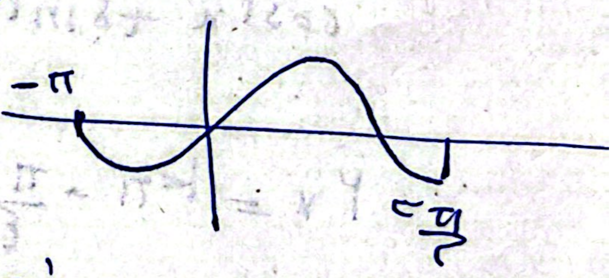


$\boxed{x = ۸k\pi + ۵\pi}$ جوا ۱



$\boxed{x = ۸k\pi + \pi}$ جوا ۲

$\frac{x}{۴} = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴}$



$\boxed{x = ۸k\pi + ۳\pi}$ ج ۳

$\frac{x}{۴} = ۲k\pi - \frac{\pi}{۴} \to \boxed{x = ۲k\pi - \pi}$

جوا ۴

۰

۲π

$\cancel{-\pi} \quad \pi$

$\pi - \pi + \pi = \boxed{\pi}$

صفر جواب
ها در بازه

سوال ۲

$\cancel{\cos^2} - \sin^2 \cos 2x = \cancel{y}\ \sin^2$

$\sin^2 + \sin^2 \cos 2x = 0$

$\sin^2(1 + \cos 2x) = 0 \rightarrow \sin^2 = 0 \rightarrow \boxed{k\pi}$

۲

$\cos 2x + 1 = 0 \rightarrow \cos 2x = -1$

$2x = 2k\pi + \pi \quad \boxed{x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}}$

تعداد جواب در بازه $[0, 2\pi]$

$0 \quad \pi \quad 2\pi \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{3\pi}{2}$

۵ جواب

✓

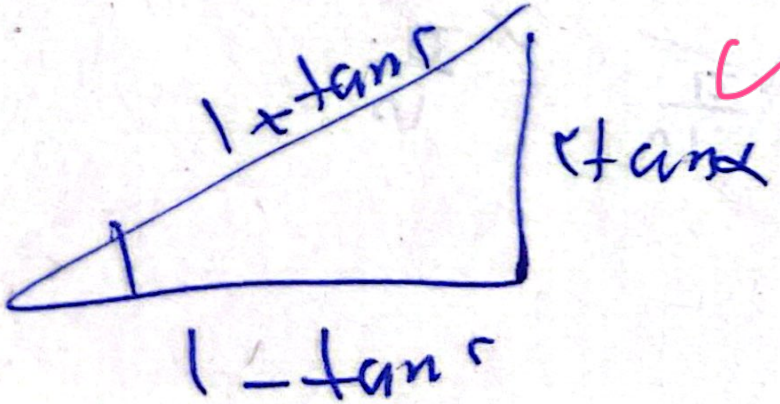
(سوال ۸)

$$\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}=\tan^{۳}\alpha$$

۰/۷۵

$$\frac{1-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{1+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{\frac{\cos-\sin}{\cos}}{\frac{\cos+\sin}{\cos}}=\frac{\cos-\sin}{\cos+\sin}=\frac{\sin^{۲}y}{\cos^{۲}y}$$

α.



✓

(سوال ۹

۱٫۵

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x$$

$$1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$\sin 2x = \cancel{2\cos^2 2x - 1} \rightarrow \sin 2x = \cos 4x$$

$$\cos 4x \qquad \sin(\frac{\pi}{2} - 4x)$$

~~$\sin(-\frac{\pi}{2} + 4x)$~~

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 4x$$

~~$4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$~~

~~$2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} + 4x$~~

~~$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 4x$~~

جواب ها؟

$$6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}}$$

$\frac{\pi}{12}$ و $\frac{3\pi}{4}$

سوال ۱

۲

الف) $\sin^4 - \cos^4 = 1$

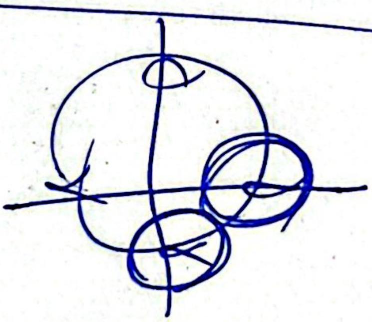
$(\sin^2 - \cos^2)(\sin^2 \underbrace{\cancel{+\cos^2}}_{1}) = 1$

$\Rightarrow$ $\sin^2 - \cos^2 = 1 \rightarrow -\cos 2x = 1 \rightarrow \cos 2x = \overset{2k\pi+\pi}{\boxed{-1}}$

$2x = 2k\pi + \pi \rightarrow \boxed{x = k\pi + \frac{\pi}{2}}$

مرزها
$(0, 2\pi)$ $\rightarrow \frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ و 0 ✓

ب) $\sin^3 x - \cos^3 x = -1$



بررسی نقاط مرزی

$\boxed{2\pi \text{ و } \frac{3\pi}{2}}$ ✓ و ۰

فاطمه رستمیان ۱۲ ساله

سوال ۵

$$\frac{۲\sin۲x\cos۲x+\sin۲x}{\sin۲x}=\overset{۱}{\cancel{\sin^۲x+\cos^۲x}}$$

$$\frac{\sin\cancel{۲}x(۲\cos۲x+۱)}{\sin\cancel{۲}x}=۱\xrightarrow{\sin۲x\neq۰}۲\cos۲x+۱=۱\to\cos۲x=۰$$

$$۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\to\boxed{x=k\pi+\frac{\pi}{۴}}$$

سوال ۶

$$\frac{\sin\frac{x}{۲}}{۱+\cos\frac{x}{۲}}=\tan\frac{x}{۴}$$

$$\frac{۱}{\sin\frac{x}{۲}}+\cot\frac{x}{۲}=\frac{۱+\cos\frac{x}{۲}}{\sin\frac{x}{۲}}=\frac{۱}{\tan\frac{x}{۴}}=\cot\frac{x}{۴}$$

$$\tan\frac{x}{۴}=\cot\frac{x}{۴}\to\tan\frac{x}{۴}=\tan\left(\frac{\pi}{۲}-\frac{x}{۴}\right)$$

$$\frac{x}{۴}=k\pi+\frac{\pi}{۲}-\frac{x}{۴}\to\frac{x}{۲}=k\pi+\frac{\pi}{۲}\to x=۲k\pi+\pi$$

جواب‌ها $K=۰\to x=\pi$

$K=-۱\to x=-\pi$ $\to$ اختلاف $=|\pi-(-\pi)|=۲\pi$

سوال ۸

$$\tan\frac{\pi}{۴}=۱\to\frac{۱-\tan x}{۱+\tan x}=\tan\left(\frac{\pi}{۴}-x\right)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{۴}-x\right)=\tan۳x\to\frac{\pi}{۴}-x=k\pi+۳x$$

$$-۴x=k\pi-\frac{\pi}{۴}\xrightarrow{-k\pi=k\pi}۴x=k\pi+\frac{\pi}{۴}$$

$$\boxed{x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۱۶}}$$

سوال ۹

$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$

$1+\sin 2x = 2-2\sin^2 2x \rightarrow 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = +\frac{1}{2} \end{cases}$

$\sin 2x = -1 \rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0\le x\le \pi} x = \frac{3\pi}{4}$ ✓

$\sin 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ یا $2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0\le x\le \pi} x = \frac{\pi}{12}$ ✓ یا $\frac{5\pi}{12}$ ✗

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند ✓

به ازای $x=\frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب رادیکال است غ ق ق است

* معادله ۲ جواب دارد