۱۹٫۲۵ آفرین خیلی خوب نوشتی :))

نازنین مهری — تکلیف ۱۴ — ۰۴/۹/۳

۱ـ الف) $\cos 2x = 3\sin x - 1 \rightarrow 1 - 2\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$

$\rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \checkmark \\ \sin x = \frac{4}{-2} = -2 \times \end{cases}$ $\rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ ، $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$

۲

ب) $\cos 2x + \cos x - 2 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

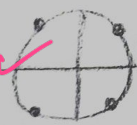
$\rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{-3}{2} \times \end{cases}$ $\rightarrow x = 2k\pi$

۲ـ الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 4x \rightarrow -\cos 2x = \sin 4x$

$\cos 2x = \sin(-4x) \rightarrow \cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} + 4x)$

$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} + 4x \rightarrow -2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ ۲

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}$



ب) $2\cos^2 x + 2\sin x\cos x = 1 \rightarrow \cos 2x + \sin 2x = 0$

$\tan 2x + 1 = 0 \rightarrow \tan(-2x) = 1 = \tan\frac{\pi}{4}$

$\rightarrow -2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

۳ـ الف) $\cot x(۲\cos x+1) = \frac{1}{\sin x} \to \frac{۲\cos^۲ x+\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x}$

$\xrightarrow[x\neq k\pi]{\sin x\neq 0} ۲\cos^۲ x+\cos x-1=0 \to \begin{cases}\cos x=-1 & \times \\ \cos x=\frac{1}{۲} \checkmark & ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}\end{cases}$ ۲

ب) $۲\sin^۲ x - \sin x\cos x+\cos^۲ x = ۲ \to \sin^۲ x - \sin x\cos x = 1$

$\tan^۲ x - \tan x = 1+\tan^۲ x \to \tan x = -1 \quad x = k\pi - \frac{\pi}{۴}$

$\underbrace{\cos(\frac{\pi}{۴}-x)} = \sin(\frac{\pi}{۴}+x)$

۴ـ الف) $\cos(\frac{\pi}{۴}+x)\cos(x-\frac{\pi}{۴}) = \frac{1}{۴}$

$۲\cos(\frac{\pi}{۴}+x)\sin(\frac{\pi}{۴}+x) = \frac{1}{۲} = \sin(۲x+\frac{\pi}{۲}) = \cos ۲x$

$\to ۲x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \to x = k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$ ۲

ب) $\cos(۲x-\frac{\pi}{۹}) = \sin(-۲x) = \cos(\frac{\pi}{۲}+۲x)$

$\to \cancel{۲x} - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} + \cancel{۲x} \quad \times$

$۲x - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} - ۲x \to ۴x = ۲k\pi - \frac{۷\pi}{۱۸}$

$\to x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{۷\pi}{۷۲}$

$\xrightarrow{\sin ۲x\neq 0} x \neq \frac{k\pi}{۲}$

۵ـ $\frac{\overbrace{\sin ۴x}^{۲\sin ۲x\cos ۲x} + \sin ۲x}{\sin ۲x} \quad \sin^۲ x = \cos^۲ x \to ۲\cos ۲x + 1 = 1$

$\cos ۲x = 0 \to x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$

۲

$$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}} = \frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} \longrightarrow \sin^2\frac{x}{2} = \left(1+\cos\frac{x}{2}\right)^2$$ ۶

$$\longrightarrow 1-\cos^2 t = 1+2\cos t+\cos^2 t$$ ۱/۵

$$2\cos^2 t + 2\cos t = 0 \longrightarrow \cos\frac{x}{2} = 0 \longrightarrow x = 2k\pi + \pi \quad \mathrm{I}$$

$$\cos\frac{x}{2} = -1 \longrightarrow x = 4k\pi + 2\pi \quad \mathrm{II}$$

I: k	0	1
x	π	3π

II: k	0	1
x	2π	6π

$$3\pi - \pi = \pi$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x\cos 3x = 1 = \cos^2 x + \sin^2 x \longrightarrow \sin^2 x(1-\cos 3x) = 0$$ ۷

$$\longrightarrow \frac{(1-\cos 2x)(1-\cos 3x)}{2} = 0 \longrightarrow \begin{cases} 1 = \cos 2x \longrightarrow x = k\pi \quad \mathrm{I} \\ 1 = \cos 3x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \quad \mathrm{II} \end{cases}$$

۲

I: k	0	1	2
x	0	π	2π

II: k	0	1	2	3
x	0	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	2π

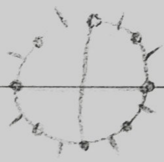
۵ جواب

$$\frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \tan 3x \longrightarrow \frac{\tan\frac{\pi}{4} - \tan x}{1+\tan\frac{\pi}{4}\tan x} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$ ۸

$$\longrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \tan 3x \longrightarrow \frac{\pi}{4} - x = k\pi + 3x$$

۲

$$\longrightarrow \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} = x$$



$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \longrightarrow \sin + \cos = \sqrt{2}\cos 2x$$ ۹

$$= \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \longrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \longrightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \quad \mathrm{I}$$

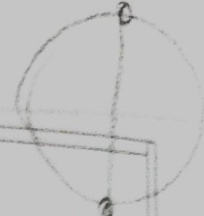
$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} + x \longrightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \mathrm{II}$$

۱/۵

I: k	0	1	2
x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{17\pi}{12}$

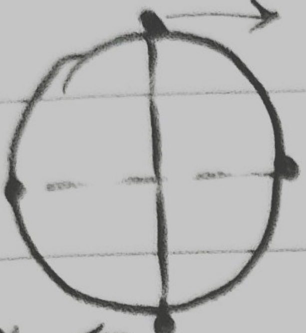
II: k	0	1
x	$\frac{\pi}{4}$	×

۳ جواب

$x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ 

الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 \rightarrow +\cos 2x = -1 \rightarrow 2x = 2k\pi - \pi$ ۱٫۰

ب) $\sin^3 x - \cos^3 x = 1 \rightarrow x = 2k\pi$ ۲



سوال ۶

$$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}} = \boxed{\tan\frac{x}{4}}$$

$$\frac{1}{\sin\frac{x}{2}} + \cot\frac{x}{2} = \frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} = \frac{1}{\tan\frac{x}{4}} = \boxed{\cot\frac{x}{4}}$$

$$\tan\frac{x}{4} = \cot\frac{x}{4} \to \tan\frac{x}{4} = \tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{4}\right)$$

$$\frac{x}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{x}{4} \to \frac{x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \to x = 2k\pi + \pi$$

جواب‌ها $k=0 \to x=\pi$

$k=-1 \to x=-\pi$ $\to$ اختلاف $= |\pi-(-\pi)| = 2\pi$

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2-2\sin^2 2x \to 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \to \sin 2x = -1$$

$\sin 2x = +\frac{1}{2}$

$$\sin 2x = -1 \to 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0\le x\le \pi} x = \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \to 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0\le x\le\pi} x = \frac{\pi}{12} \text{ یا } \frac{5\pi}{12}$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند

به ازای $x=\frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب را اشتباه است، نمی‌توان است

* معادله ۲ جواب دارد