۱۸

نام و نام خانوادگی دلارام میرزابابائیان پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۶ کلاس دوازدهم دختر B

۱

الف) $1-2\sin^2 x = 3\sin x - 1$

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

$\frac{-3\pm 5}{4}$ < -2 غ ق ق ، $\frac{1}{2}$ ✓ $\rightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6}$

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ ✓

$x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ ✓

ب) $\cos 2x + \cos x - 2 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

$\cos x = 1$ ✓ یا $-\frac{3}{2}$ غ ق ق

$\cos x = 1$ ✓

$x = 2k\pi$

۲

۲

الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 4x$

$-\cancel{\cos} 2x = 2\sin 2x \cancel{\cos 2x} \longrightarrow \cos 2x = 0$

$\sin 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow \sin(-\frac{\pi}{6})$ $\quad 2x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ✓

$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$ → $x = k\pi - \frac{\pi}{12}$ ✓

$2x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6}$ ، $\frac{7\pi}{6}$ → $x = k\pi + \frac{7\pi}{12}$ ✓

ب) $2\cancel{\cos^2 x} + 2\sin x\cos x = 1 - 2\cos^2 x$

$\sin 2x = -\cos 2x$

$\tan 2x = -1 \rightarrow \tan(\frac{3\pi}{4})$

$2x = k\pi + \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$ ✓

۲

۳

الف) $\cot x\,(2\cos x + 1) = \frac{1}{\sin x}$ ، $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$\rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ < -1 ، $\frac{1}{2}$

$x = 2k\pi + \pi$ ✗

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ✓

اگر $\cos x = -1$ باشد ، $\sin x = 0$ است و عبارت تعریف نشده می‌شود

پس جواب غیر قابل قبول محسوب می‌شود

ب) $2\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x = 2$

$\sin^2 + \sin^2 x + \cos^2 x - \sin x\cos x = 2$

$\xrightarrow[\div\cos^2 x]{\cos^2 x \neq 0} \tan^2 x - \tan x - (1+\tan^2 x) = 0 \rightarrow \tan x = -1$

$\boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{4}}$ ✓

$\xrightarrow{\cos x = 0} 2\sin^2 x = 2 \rightarrow \sin^2 x = 1 \rightarrow \sin x = \pm 1$

$\boxed{x = k\pi + \frac{\pi}{2}}$

۱٫۷۵

۴

الف) $\cos(\frac{\pi}{4}+x)\cos(x-\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$

$\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{4}+x) = \frac{\pi}{4} - x$

$\sin(\frac{\pi}{4}-x)\cos(\frac{\pi}{4}-x) = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{2}-2x) = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}\cos 2x = \frac{1}{4} \rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$ ✓

$2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \longrightarrow \boxed{x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}}$

ب) $\cos(2x - \frac{\pi}{9}) = -\sin 2x \rightarrow \cos(2x + \frac{\pi}{2})$

$\cancel{2x} - \frac{\pi}{9} = 2k\pi + \cancel{2x} + \frac{\pi}{2} \longrightarrow$ جواب ✗

$-\frac{\pi}{9} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ✗

$2x - \frac{\pi}{9} = 2k\pi - 2x - \frac{\pi}{2}$

$\boxed{x = \frac{k\pi}{2} - \frac{7\pi}{72}}$ ✓

۲

۵

$\frac{\sin 4x + \sin 2x}{\sin 2x} - \cancel{\sin^2 x} = \underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{1}$

$\frac{\sin 4x + \sin 2x}{\sin 2x} = 1 \rightarrow \sin 4x + \cancel{\sin 2x} = \cancel{\sin 2x}$

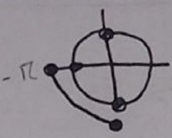
$\sin 4x = 0$ ✓

$4x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$

در برخی حالت‌ها مخرج صفر می‌شود!

۰٫۵

$$\frac{\sin\frac{x}{۲}}{۱+\cos\frac{x}{۲}} = \frac{۱}{\sin\frac{x}{۲}} + \underbrace{\cot\frac{x}{۲}}_{\frac{\cos\frac{x}{۲}}{\sin\frac{x}{۲}}}$$



$$\left|\frac{۳\pi}{۲} - (-\pi)\right| = \frac{۵\pi}{۲}$$

$$\underbrace{\sin^۲\frac{x}{۲}}_{\cancel{۱}-\cos^۲\frac{x}{۲}} = \cancel{۱} + \cos^۲\frac{x}{۲} + ۲\cos\frac{x}{۲}$$

$$۲\cos^۲\frac{x}{۲} + ۲\cos\frac{x}{۲} = ۰ \rightarrow ۲\cos\frac{x}{۲}\left(\cos\frac{x}{۲}+۱\right) = ۰ \rightarrow \cos\frac{x}{۲} = -۱ \rightarrow \frac{x}{۲} = ۲K\pi + \pi$$

$$\rightarrow \underline{x = ۴K\pi + ۲\pi}$$

$$\cos\frac{x}{۲} = ۰ \rightarrow \frac{x}{۲} = K\pi + \frac{\pi}{۲} \rightarrow \underline{x = ۲K\pi + \pi}$$

✓ ۱٫۵ ۶

$$\underbrace{\cos^۲x}_{۱-\sin^۲x} - \sin^۲x\cos ۳x = ۱$$

$$\underbrace{۰, \pi, ۲\pi, \frac{\pi}{۳}, \pi}_{\text{مشترک}}, \frac{۵\pi}{۳} \longrightarrow \text{جواب}$$

$$\cancel{۱} - \sin^۲x - \sin^۲x\cos ۳x = \cancel{۱}$$

$$\sin^۲x(۱+\cos ۳x) = ۰$$

$$\sin^۲x = ۰ \rightarrow \sin x = ۰ \rightarrow \boxed{x = K\pi}$$

$$۱ + \cos ۳x = ۰ \rightarrow ۳x = ۲K\pi + \pi$$

$$\cos ۳x = \underline{-۱} \qquad \boxed{x = \frac{۲K\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳}}$$

K	۰	۱	۲	~~۳~~
	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۳}$	$\frac{۵\pi}{۳}$	$\frac{۷\pi}{۳}$

✓

$۰, \pi, ۲\pi$

✓ ۲ ۷

$$\frac{۱-\tan x}{۱+\tan x} = \tan ۳x$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{۴} - x\right) = \tan ۳x$$

$$۳x = K\pi + \frac{\pi}{۴} - x$$

$$۴x = K\pi + \frac{\pi}{۴}$$

$$\boxed{x = \frac{K\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}}$$

✓ ۲ ۸

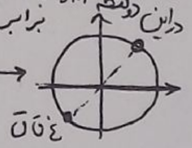
$$\underbrace{\sqrt{۱+\sin ۲x}}_{\text{همراره} \geq ۰ \ \oplus} = \sqrt{۲}\,\underline{\cos ۲x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱ + \sin ۲x = ۲\cos^۲ ۲x$$

* باید مثبت باشه

$$\sin ۲x = ۲\cos^۲ ۲x - ۱$$

$$\sin ۲x = \cos ۲x \longrightarrow$$

در این دو نقطه Cos و Sin برابر



$$۲x = ۲K\pi + \frac{\pi}{۴} \rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{۸}$$

K	✓ ۰	~~۱~~
	$\frac{\pi}{۸}$	$\frac{۹\pi}{۸}$

یک جواب

۱٫۲۵ ۹

$$\text{الف)}\ -(\cos^۴x - \sin^۴x) = ۱$$

$$-\cos ۲x = ۱ \rightarrow \cos ۲x = -۱$$

$$۲x = ۲K\pi + \pi \rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{۲}$$

K	۰	۱	~~۲~~
	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۳\pi}{۲}$	$\frac{۵\pi}{۲}$

✓

$$\text{ب)}\ \sin^۳x - \cos^۳x = -۱$$

① $\sin x = ۰$, $\cos x = ۱ \longrightarrow ۰, ۲\pi$ ✓

② $\sin x = -۱$, $\cos x = ۰ \longrightarrow \frac{۳\pi}{۲}$ ✓

۲ ۱۰

سوال ۵

$$\frac{۲\sin ۲x\cos ۲x+\sin ۲x}{\sin ۲x}=\overset{۱}{\cancel{\sin^۲ x+\cos^۲ x}}$$

$$\frac{\cancel{\sin ۲x}(۲\cos ۲x+۱)}{\cancel{\sin ۲x}}=۱ \xrightarrow{\sin ۲x\neq ۰} ۲\cos ۲x+۱=۱ \to \cos ۲x=۰$$

$$۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲} \to \boxed{x=k\pi+\frac{\pi}{۴}}$$

سوال ۶

$$\frac{\sin\frac{x}{۲}}{۱+\cos\frac{x}{۲}}=\tan\frac{x}{۴}$$

$$\frac{۱}{\sin\frac{x}{۲}}+\cot\frac{x}{۲}=\frac{۱+\cos\frac{x}{۲}}{\sin\frac{x}{۲}}=\frac{۱}{\tan\frac{x}{۴}}=\cot\frac{x}{۴}$$

$$\tan\frac{x}{۴}=\cot\frac{x}{۴} \to \tan\frac{x}{۴}=\tan\left(\frac{\pi}{۲}-\frac{x}{۴}\right)$$

$$\frac{x}{۴}=k\pi+\frac{\pi}{۲}-\frac{x}{۴} \to \frac{x}{۲}=k\pi+\frac{\pi}{۲} \to x=۲k\pi+\pi$$

جواب ها $k=۰ \to x=\pi$

$k=-۱ \to x=-\pi$ $\to$ اختلاف $=|\pi-(-\pi)|=۲\pi$

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2-2\sin^2 2x \to 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \to \sin 2x = -1 \quad \text{یا} \quad \sin 2x = +\frac{1}{2}$$

$$\sin 2x = -1 \to 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0 \le x \le \pi} x = \frac{3\pi}{4} \checkmark$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \to 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{یا} \quad 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0 \le x \le \pi} x = \frac{\pi}{12} \checkmark \quad \text{یا} \quad \frac{5\pi}{12} \times$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند

به ازای $x = \frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب رادیکال است غ ق ق است

★ معادله ۲ جواب دارد