۱۸

نام و نام خانوادگی ..رها برالهی.................... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...15..... کلاس ..دوازدهم رختر B.........

۱

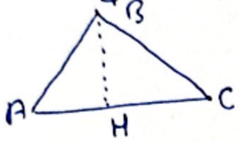
$B:(0, \tan(-2x+\frac{\pi}{4})) \xrightarrow{x=0} \tan\frac{\pi}{4}=1 \quad B\,\Big|\,\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$

$C \rightarrow \quad -2x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2} \rightarrow -2x=-\frac{3\pi}{4} \rightarrow x=+\frac{3\pi}{8}$

$A \rightarrow -2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow -2x=\frac{\pi}{4} \rightarrow x=-\frac{\pi}{8}$

$AC=\frac{\pi}{2}$

$BH=1$



$\Rightarrow S=\frac{1}{2}AC \times BH=\frac{\pi}{4}$ ✓

۲

۲

$x^2-(\sin\alpha)x-\frac{1}{4}\cos^2\alpha=0 \xrightarrow{x=2/3} \frac{4}{9}-\frac{2}{3}\sin\alpha-\frac{1}{4}\cos^2\alpha=0 \xrightarrow{\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha}$

$-\frac{1}{4}(1-\sin^2\alpha)-\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{4}{9} \xrightarrow{\times 36} -9+9\sin^2\alpha-24\sin\alpha+16 \rightarrow 9\sin^2\alpha-24\sin\alpha+7$

$\rightarrow \Delta=324 \qquad \sin\alpha=\frac{24\pm18}{18} \rightarrow \frac{42}{18}$ غ.ق.ق

$\searrow \frac{6}{18}=\frac{1}{3}$ ق.ق ✓

$1-\sin^2=\cos^2\alpha \Rightarrow \frac{8}{9}$

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{9}{8}$ ✓

۲

۳

$\log(\sin\alpha)-\log(-\cos\alpha)=\log3 \rightarrow \log\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\log-\tan\alpha=\log3 \rightarrow \tan\alpha=-3$

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \rightarrow \frac{1}{\cos^2\alpha}=10 \rightarrow \cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{10}}{10} \xrightarrow[\text{D تابع log}]{\text{باتوجه به}} \cos\alpha=-\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\frac{9}{10} \Rightarrow \pm\frac{3\sqrt{10}}{10} \xrightarrow[\text{تابع log}]{\text{باتوجه D}} \sin\alpha=+\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ✓

$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}-(-\frac{\sqrt{10}}{10})=\frac{4\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

۲

۴

$\sin^4\theta+\cos^2\theta=\frac{4}{5} \longrightarrow (\sin^4\theta)=(\sin^2\theta)^2=(1-\cos^2\theta)^2=\cos^4\theta-2\cos^2\theta+1$

$\downarrow$

$\cos^4\theta-\cos^2\theta+1=\frac{4}{5}$

عبارت خواسته شده را هم ساده کنیم:

مشاهده می کنیم که هر دو معادله باهم برابر و مساوی $\frac{4}{5}$ هستند

$\cos^4\theta+\sin^2\theta \longrightarrow \sin^2\theta=1-\cos^2\theta$ ✓

$\downarrow$

$\cos^4\theta-\cos^2\theta+1$

۲

۵

$\frac{3\sin x+\sin x\cos x}{2-2\cos^2x}<0 \rightarrow \frac{\sin x(3+\cos x)}{2(\underbrace{1-\cos^2x}_{2\sin^2x})}<0 \Rightarrow \frac{3+\cos x}{2\sin x}<0 \rightarrow$ چون $-1\leqslant\cos x\leqslant1$

$\cos x+3>0 \Leftarrow \sin x<0$ می باشد.

۱/۵

$\sin x\tan x-\frac{1}{\cos x}>0 \rightarrow \frac{\sin^2x-1}{\cos x}>0 \Rightarrow \frac{1-\cos^2x-1}{\cos x}>0 \Rightarrow -\cos x>0 \rightarrow \cos x<0$

درنتیجه در ناحیه چهارم می باشد.

$\frac{(3+\cos x)\sin x}{2(1-\cos^2x)}=\frac{(3+\cos x)\cancel{\sin x}}{2\sin^{\cancel{2}}x}=\frac{\overset{\oplus\text{همیشه}}{3+\cos x}}{2\sin x}<0 \rightarrow \sin x<0$

$\sin x \times \frac{\sin x}{\cos x}-\frac{1}{\cos x}=\frac{-(1-\sin^2x)}{\cos x}=\frac{-\cos^2x}{\cos x}>0 \rightarrow \cos x<0$

انتهای کمان x در ناحیه سوم مثلثات است

$\frac{2}{\sin x}+\frac{3}{\cos x}=0 \longrightarrow \frac{2\cos x+3\sin x}{\sin x\cos x}=0 \longrightarrow 2\cos x+3\sin x=0 \to 2\cos x=-3\sin x$

$\cos x=-\frac{3}{2}\sin x \longrightarrow \tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\sin x}{-\frac{3}{2}\sin x}=-\frac{2}{3}$, $\cot x=\frac{1}{\tan x}=-\frac{3}{2}$ ۶

$\tan x+\cot x=-\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=\frac{-9-4}{6}=-\frac{13}{6}$ ✓ ۲

$1+\sin 50=(\sin 25+\cos 25)^2 \to \sqrt{1+\sin 50}=\sin 25+\cos 25=\frac{1}{1}\sqrt{1+1}\,\sin(25+45)$

$\sqrt{2}\sin 70 \xrightarrow{70+20=90} =\sqrt{2}\cos 20$

$\sin 50+\sin 10 \Rightarrow \sin(30+20)+\sin(30-20)=\sin 30\cos 20+\sin 20\cos 30+\sin 30\cos 20-\sin 20\cos 30$ ۷

$=2\sin 30\cos 20 \Rightarrow \cos 20$

$\frac{\sqrt{2}\cos 20}{\cos 20}=\sqrt{2}$ ✓ ۲

$(1-2\sin^2 5)(2\cos^2 10-1)\left(\frac{1-\tan^2 20}{1+\tan^2 20}\right)=\cos 10\times\cos 20\times\cos 40 \xrightarrow{\times\frac{\sin 10}{\sin 10}}$

$1-1+\cos 10$ $\quad 1+\cos 20-1$ $\quad \cos 40$ $\quad \frac{1}{4}\sin 40$

$\frac{\overbrace{\sin 10\cos 10}^{\frac{1}{2}\sin 20}\times\cos 20\times\cos 40}{\sin 10}=\frac{\overbrace{\frac{1}{2}\sin 20\times\cos 20}^{\frac{1}{4}\sin 40}\times\cos 40}{\sin 10}=\frac{\frac{1}{4}\sin 40\cos 40}{\sin 10}=\frac{1}{8}\frac{\sin 80}{\sin 10}$ ۸

$10+80=\frac{\pi}{2}\to\frac{1}{8}\frac{\cos 10}{\sin 10}=\frac{1}{8}\cot 10$ ✓ ۲

$\sin\alpha+3\cos\alpha=2 \xrightarrow{\wedge 2} \sin^2\alpha+9\cos^2\alpha+6\cos\alpha\sin=4 \xrightarrow{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1} 8\cos^2\alpha+6\cos\alpha\sin\alpha=3$

$\to 1-2\cos^2\alpha=\cos 2\alpha\to 1-\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha$, $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\to 4-4\cos 2\alpha+3\sin 2\alpha=3$ ۱/۵ ۹

$A+\underset{72}{B}+C=180^\circ \to C=108-A$ $\quad \cos^2\frac{A}{2}=\frac{\cos A+1}{2}=\sin 72\times\sin 108-A$

$\frac{\cos A+1}{\downarrow 2}=\sin 72\times\sin C$

$\cos A=-\cos-A=\cos(B+C)=\cos B\cos-\sin B\sin C$ ۱ ۱۰

۹

$$\sin\alpha + ۳\cos\alpha = ۲ \rightarrow \sin\alpha = ۲ - ۳\cos\alpha \xrightarrow{\text{توان ۲}} \sin^۲\alpha = (۲ - ۳\cos\alpha)^۲$$

$$1 - \cos^۲\alpha = ۹\cos^۲\alpha + ۴ - ۱۲\cos\alpha \rightarrow ۱۰\cos^۲\alpha - ۱۲\cos\alpha + ۳ = ۰ \xrightarrow{\text{فرمول طلایی}}$$

$$۱۰\left(\frac{۱ + \cos ۲\alpha}{۲}\right) - ۱۲\cos\alpha + ۳ \rightarrow ۵ + ۵\cos ۲\alpha - ۱۲\cos\alpha + ۳ = ۰$$

(خواسته سوال)

$$۵\cos ۲\alpha - ۱۲\cos\alpha = \boxed{-۸}$$

۱۰

$$\cos^۲\frac{A}{۲} = \frac{۱ + \cos A}{۲} \rightarrow ۲\sin B \sin C = ۱ + \cos\hat{A} \xrightarrow{A+B+C=\pi} A = \pi - (\hat{B} + \hat{C})$$

$$۱ + \cos(\pi - (B + C)) = ۱ - \cos(B + C) = ۲\sin B \sin C$$

$$۱ - \cos B \cos C + \sin B \sin C = ۲\sin B \sin C \rightarrow \sin B \sin C + \cos B \cos C = 1$$

$$\cos(B - C) = ۱ \rightarrow \begin{cases} B - C = ۰ \; ✓ \\ B - C = ۲\pi \; \text{✗ مثلث} \end{cases} \rightarrow B = C \rightarrow A = ۱۸۰^\circ - ۱۴۴^\circ = ۳۶^\circ$$

↓

$$B + C = ۲B \quad (۲ \times ۷۲)$$