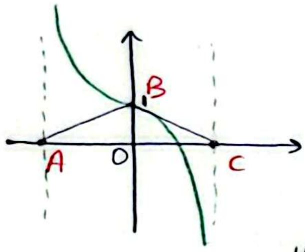
نام و نام خانوادگی ......مریم معصومی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۵.. کلاس ..دوازدهم ریاضی..........

۱



طول AC برابر با دوره تناوب تابع است.

$y = \tan(-2x + \frac{\pi}{4})$

$\rightarrow T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|-2|} = \frac{\pi}{2} = AC$

عرض B از مبدا تابع است و به ازای $x=0$ بدست می آید

$y = \tan(0 + \frac{\pi}{4}) = \tan\frac{\pi}{4} = 1$

$S_{A\hat{B}C} = \frac{AC \times BO}{2} = \frac{\pi}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$

۲

$x^2 - (\sin\alpha)x - \frac{1}{4}\cos^2\alpha = 0 \quad (\frac{2}{3}, 0) \rightarrow \frac{4}{9} - \frac{2}{3}\sin\alpha - \frac{1}{4}\underbrace{\cos^2\alpha}_{1-\sin^2\alpha} = 0$

$\frac{1}{4}\sin^2\alpha - \frac{2}{3}\sin\alpha + \frac{7}{36} = 0 \xrightarrow{\times 36} 9\sin^2\alpha - 24\sin\alpha + 7 = 0$

روش کلروسی

$\sin^2\alpha - 24\sin\alpha + 63 = 0$

$(\sin\alpha - 21)(\sin\alpha - 3) = 0$

$\sin\alpha = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\sin\alpha = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$ غ ق ق

$3,\ 1,\ \sqrt{8}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{8}}{3}$

می دانیم $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \frac{1}{(\frac{\sqrt{8}}{3})^2} = \frac{1}{\frac{8}{9}} = \boxed{\frac{9}{8}}$

۳

$\log \sin\alpha - \log -\cos\alpha = \log 3$

می دانیم $\log a - \log b = \log\frac{a}{b}$

$\log\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \log 3 \rightarrow \log -\tan\alpha = \log 3 \rightarrow -\tan\alpha = +3 \rightarrow \tan\alpha = -3$

با توجه به دامنه لگاریتم $\sin\alpha > 0$ و $\cos\alpha < 0 \Leftarrow$ پس

$\sqrt{10},\ 3,\ 1$

$\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} \qquad \cos\alpha = \frac{-1}{\sqrt{10}}$

$\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} - (\frac{-1}{\sqrt{10}}) = \boxed{\frac{4}{\sqrt{10}}}$

۴

می دانیم $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\underbrace{\sin^4\theta} + \cos^2\theta = \frac{4}{5}$

$(\sin^2\theta)^2 + \cos^2\theta = \frac{4}{5}$

$(1 - \cos^2\theta)^2 + \cos^2\theta = \frac{4}{5}$

$\rightarrow \cos^4\theta - 2\cos^2\theta + 1 + \cos^2\theta = \frac{4}{5}$

$\cos^4\theta = \cos^2\theta - \frac{1}{5}$

$\underbrace{\cos^4\theta}_{\cos^2\theta - \frac{1}{5}} + \sin^2\theta \rightarrow \underbrace{\cos^2\theta + \sin^2\theta}_{1} - \frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{5} = \boxed{\frac{4}{5}}$

۵

$\frac{3\sin x + \sin x\cos x}{2(\underbrace{\cancel{1 - \cos^2 x}}_{\sin^2 x})} = \frac{\cancel{\sin x}(3 + \cos x)}{2\sin^2 x} = \frac{\overbrace{3 + \cos x}^{\text{همواره } +}}{2\sin x} < 0$

$-1 < \cos x < 1$

$\underbrace{2 < \cos x + 3 < 4}_{\text{همواره } +}$

$\boxed{\sin x < 0}$ پس ⇐ (1)

$\sin x\,\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{1}{\cos x} = \frac{\overbrace{\sin^2 x - 1}^{-\cos^2 x}}{\cos x} > 0 \rightarrow \frac{-\cos^2 x}{\cos x} > 0 \rightarrow -\cos x > 0 \rightarrow \boxed{\cos x < 0}$ (2)

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow$ x در ناحیه ی سوم قرار دارد

$$\frac{۲}{\sin x} = -\frac{۳}{\cos x} \xrightarrow[\cos x \neq ۰]{\sin x \neq ۰} ۲\cos x = -۳\sin x \xrightarrow{\div \cos x} ۲ = -۳\tan x \to \tan x = -\frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\div \sin x} ۲\cot x = -۳ \to \cot x = -\frac{۳}{۲}$$

$$\tan x + \cot x = -\frac{۲}{۳} + -\frac{۳}{۲} = \frac{-۴-۹}{۶} = \boxed{-\frac{۱۳}{۶}}$$ ۶

می دانیم $\sin x + \cos x = \sqrt{۲}\sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)$

$$۲\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$$

$$y = \frac{\sqrt{۱+\sin ۵۰}}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰}$$

صورت $\to ۱+\sin ۵۰ = (\sin ۲۵ + \cos ۲۵)^۲$

$$\sin ۵۰ + \sin ۱۰ = \boxed{۲\sin ۳۰ \cos ۲۰} = \cos ۲۰ \qquad \frac{\sqrt{(\sin ۲۵+\cos ۲۵)^۲}}{\cos ۲۰} = \frac{\sin ۲۵ + \cos ۲۵}{\cos ۲۰}$$ ۷

$\alpha = \frac{۵۰+۱۰}{۲}$ $\beta = \frac{۵۰-۱۰}{۲}$

$$= \frac{\sqrt{۲}\sin(۲۵+۴۵)}{\cos ۲۰} = \frac{\sqrt{۲}\sin ۷۰}{\cos ۲۰} = \frac{\sqrt{۲}\cancel{\cos ۲۰}}{\cancel{\cos ۲۰}} = \boxed{\sqrt{۲}}$$

$$\times\frac{\sin ۱۰}{\sin ۱۰}\underbrace{(۱-۲\sin^۲ ۵)}_{\cos ۱۰}\underbrace{(۲\cos^۲ ۱۰ - ۱)}_{\cos ۲۰}\underbrace{\left(\frac{۱-\tan^۲ ۲۰}{۱+\tan^۲ ۲۰}\right)}_{\cos ۴۰}$$

$\boxed{\sin ۸۰^\circ = \cos ۱۰^\circ}$ $\sin^۲\alpha = \frac{۱-\cos ۲\alpha}{۲}$ $\cos^۲\alpha = \frac{۱+\cos ۲\alpha}{۲}$

$$\to \sin ۱۰\cos ۱۰\cos ۲۰\cos ۴۰ \times \frac{۱}{\sin ۱۰} = \frac{۱}{۸}\frac{\sin ۸۰^\circ}{\sin ۱۰^\circ} = \boxed{\frac{۱}{۸}\cot ۱۰^\circ} \qquad \cos ۲\alpha = \frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$$ ۸

$\frac{۱}{۲}\sin ۲۰$

$\frac{۱}{۴}\sin ۴۰$

$\frac{۱}{۸}\sin ۸۰$

$$\sin\alpha + ۳\cos\alpha = ۲ \to x + ۳y = ۲$$

می دانیم $\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱$

$\sin\alpha = x$ $\boxed{x = ۲-۳y}$ $x^۲ + y^۲ = ۱$ ⋆ ①

$\cos\alpha = y$

$$\xrightarrow{①} (۲-۳y)^۲ + y^۲ = ۱ \to ۹y^۲ - ۱۲y + ۴ + y^۲ = ۱$$ ۹

$$۱۰y^۲ - ۱۲y + ۳ = ۰ \to \boxed{۱۰y^۲ - ۱۲y = -۳}$$ ⋆

⋆ -۳

$$۵\cos ۲\alpha - ۱۲\cos\alpha = ۵(۲\cos^۲\alpha - ۱) - ۱۲\cos\alpha = ۵(۲y^۲-۱) - ۱۲y = \overbrace{۱۰y^۲ - ۱۲y}^{-۳} - ۵$$

$$= -۵ - ۳ = -۸$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰ \to \hat{A} + \hat{C} = ۱۰۸ \qquad \hat{C} = ۱۰۸ - \hat{A} \ ⋆$$

$$\sin B \cdot \sin C = \cos^۲\frac{\hat{A}}{۲}$$

$$\sin ۷۲ \cdot \sin(\underbrace{۱۰۸-\hat{A}}_{۹۰+۱۸-\hat{A}}) = \cos^۲\frac{\hat{A}}{۲} \Rightarrow \sin ۷۲ \times \sin\left(\frac{\pi}{۲} + ۱۸ - A\right) = \overbrace{\sin ۷۲}^{\cos ۱۸} \times \cos(\overbrace{۱۸-A}^{A-۱۸}) = \cos^۲\frac{\hat{A}}{۲}$$ ۱۰

$$\cos(x+y) + \cos(x-y) = ۲\cos x\cos y \to \cos(A) + \cos(A-۳۶) = ۲\cos^۲\frac{\hat{A}}{۲}$$

$$\cancel{\cos A} + \cos(A-۳۶) = ۱ + \cancel{\cos A}$$

$$\cos(A-۳۶) = ۱ \to A - ۳۶ = ۰ \to A = ۳۶^\circ$$