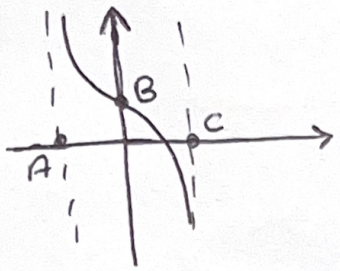
سارا عبدالهی

۱- کوتاه $y = \tan\left(-۲x + \frac{\pi}{۴}\right)$ مساحت ABC ؟



$y = \tan\left(-\left(۲x - \frac{\pi}{۴}\right)\right)$

$y = -\tan\left(۲x - \frac{\pi}{۴}\right)$

$x=۰ \longrightarrow -\tan\left(-\frac{\pi}{۴}\right) = ۱ = B$

$\tan\left(۲x - \frac{\pi}{۴}\right) = ۰ = \tan\frac{\pi}{۲}$

$AC = \frac{\pi}{۸} + \frac{۳\pi}{۸} = \frac{۴\pi}{۸} = \frac{\pi}{۲} \longrightarrow ۲x - \frac{\pi}{۴} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow ۲x = \frac{۳\pi}{۴} \longrightarrow x = \frac{۳\pi}{۸} = C$

$\tan\left(۲x - \frac{\pi}{۴}\right) = ۰ = \tan -\frac{\pi}{۲}$

$S = \frac{۱}{۲} \times \frac{\pi}{۲} \times ۱ = \frac{\pi}{۴}$

$۲x - \frac{\pi}{۴} = -\frac{\pi}{۲} \Rightarrow ۲x = -\frac{\pi}{۴} \longrightarrow x = -\frac{\pi}{۸} = A$

یادمی تونیم با دوره تناوب AC رو به دست بیاریم $\Rightarrow \frac{\pi}{۴}$

۲- $(\sin\alpha)^۲ - \frac{۱}{۴}\cos^۲\alpha = ۰$ برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد، $۱ + \tan^۲\alpha$ ؟

$\frac{۴}{۹} - \frac{۲}{۳}\sin\alpha - \frac{۱}{۴}(۱ - \sin^۲\alpha) = ۰$

$\frac{۱}{۴}\sin^۲\alpha - \frac{۲}{۳}\sin\alpha + \frac{۷}{۳۶} = ۰ \qquad \Delta = \frac{۴}{۹} - ۴\left(\frac{۱}{۴}\right)\left(\frac{۷}{۳۶}\right) = \frac{۹}{۳۶}$

$\sin\alpha = \frac{-\frac{۲}{۳} \pm \frac{۳}{۹}}{\frac{۲}{۴}} = \times_{۴}, \frac{۲}{۳} \checkmark \Rightarrow \cos^۲\alpha = ۱ - \sin^۲\alpha = ۱ - \frac{۴}{۹} = \frac{۵}{۹}$

$۱ + \tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} = \frac{۱}{\frac{۵}{۹}} = \frac{۹}{۵}$

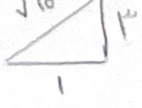
۳- برقرار باشد $\log(\sin\alpha) - \log(-\cos\alpha) = \log^۳$ ؟ $\sin\alpha - \cos\alpha$

$\frac{۳}{\sqrt{۱۰}} - \left(-\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\right) = \frac{۴}{\sqrt{۱۰}}$

$\log\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \log^۳$

$-\tan\alpha = ۳$

$\tan\alpha = -۳$



$\sin\alpha = \frac{۳}{\sqrt{۱۰}}$

$-\cos\alpha > ۰ \qquad \cos\alpha = \frac{-۱}{\sqrt{۱۰}}$

۴- اگر $\sin^4\theta + \cos^2\theta = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل $\cos^4\theta + \sin^2\theta$ چند است؟

$\sin^2 = t$ ، $\cos^2 = y$ ، $t^2 + y = \frac{4}{5}$ ، $t + y = 1$ ، $y = 1 - t$ ، $t^2 + 1 - t = \frac{4}{5}$ ✗

$y^2 + t = ?$

$(1-t)^2 + t = t^2 + 1 - 2t + t = t^2 - t + 1 \Rightarrow \frac{4}{5}$

۵- اگر $\frac{4\sin x + \sin x \cos x}{2 - 2\cos^2 x} < 0$ و $\sin x \tan x - \frac{1}{\cos x} > 0$ ، کمان مثلثاتی x در کدام ناحیه است؟ $(\sin x, \cos x \neq 0)$

$2(1-\cos^2 x)$

$\frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} > 0$

$\sin^2 x - 1 = -$

$\cos x = +$

$\cos x > 0$

$\frac{\sin x (4 + \cos x)}{2 \cdot \sin^2 x} < 0$

$\sin x = -$ ، $(4 + \cos x) = +$ ، $\sin^2 x = +$

$\sin x < 0$

ناحیه چهارم

$\sin x < 0$

$\cos x > 0$

۶- اگر $\frac{2}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} = 0$ باشد حاصل $\tan x + \cot x$ چند است؟ $(\sin x, \cos x \neq 0)$

$2\cos x + 3\sin x = 0$

$\div \cos x \Rightarrow 2 + 3\tan x = 0$

$\tan x = -\frac{2}{3}$

$\cot x = -\frac{3}{2}$

$-\frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{-4-9}{6} = -\frac{13}{6}$

سارا عبدالهی

۷- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sin 50}}{\sin 50 + \sin 10}$ ؟

$\sqrt{1+\cos 40} = \sqrt{2\cos^2 20}$

$\sin 50 + \sin 10$

$\sin(30+20)$ $\sin(30-20)$

$$\frac{\sqrt{2}\,|\cos 20|}{\sin 30\cos 20 + \cos 30\sin 20 + \sin 20\cos 30 - \cos 30\sin 20} = \frac{\sqrt{2}\cos 20}{\cos 20} = \sqrt{2}$$

$2\sin 30\cos 20$

۸- حاصل عبارت $(1-2\sin^2 50)(2\cos^2 10 - 1)\left(\frac{1-\tan^2 20}{1+\tan^2 20}\right)$ را بدون

$\cos 20$ $\cos 40$

$\cos 10$

$\frac{2\sin 10}{\sin 10}$

محاسبه مثلثاتی از زاویه 10° بیابید.

$\frac{1}{2}\sin 20$

$\frac{1}{2}\sin 40$

$\frac{1}{2}\sin 80$

$$\longrightarrow \frac{\frac{1}{8}\sin 80}{\sin 10} = \frac{\frac{1}{8}\cos 10}{\sin 10} = \frac{1}{8}\cot 10$$

۹- اگر $\sin\alpha + 3\cos\alpha = 2$ باشد، حاصل $5\cos 2\alpha - 12\cos\alpha$ ؟

$\sin\alpha = 2 - 3\cos\alpha$

$5(2\cos^2\alpha - 1) - 12\cos\alpha =$

$10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha - 5 = ?$

$\sin^2\alpha + 9\cos^2\alpha + 6\sin\alpha\cos\alpha = 4$

$\sin^2\alpha \to 1 - \cos^2\alpha$

$6\sin\alpha\cos\alpha \to (2 - 3\cos\alpha)$

$\Longrightarrow -8$

$-10\cos^2\alpha + 12\cos\alpha = 3$

$10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha = -3$

$\xrightarrow{-5}$ (دوبرابر) $\Longrightarrow -8$

۱۰- در مثلث ABC اگر $\sin\hat{B}\sin\hat{C} = \cos^2\frac{\hat{A}}{2}$ و $\hat{B} = 72^\circ$ ، زاویه $\hat{A}$ را بیابید.

$\sin 72 \times \underbrace{\sin(108 - A)}_{\sin((A+72^\circ) - 72^\circ)} = \frac{\cos A + 1}{2} \Rightarrow 2\sin 72^\circ \cdot \sin(A+72) =$

$\cos(A+72)\cos 72 + \sin(A+72)\sin 72 + 1$

$* \quad \sin(A+72) = a$

$\cos(A+72) = b$

$2\sin 72^\circ \cdot a = 1 + (a\cos 72 + b\sin 72)$

$\to a\sin 72 = 1 + b\cos 72$

$\sin 72 = \frac{1 + b\cos 72}{2}$

$\sin^2 72 + \cos^2 72 = 1 \xrightarrow{\times \sin^2 72}$

$(1 + b\cos 72)^2 + b^2\sin^2 72 = \sin^2 72$

$(b + \cos 72)^2 = 0$

$\xrightarrow{*} b = \cos(A+72) = -\underbrace{\cos 72}_{-\cos 108} = \cos 108 \to A + 72 = 108$

$a = 36^\circ$