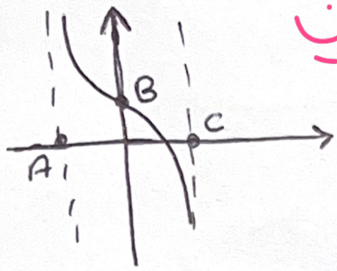
سارا عبدالهی

۱۹ آفرین

۱- نمودار $y=\tan(-2x+\frac{\pi}{4})$ مساحت ABC ؟



$y=\tan(-(2x-\frac{\pi}{4}))$

$y=-\tan(2x-\frac{\pi}{4})$ ۲

$\xrightarrow{x=0} -\tan(-\frac{\pi}{4})=1=B$

$\tan(2x-\frac{\pi}{4})=0=\tan\frac{\pi}{2}$

$AC=\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}=\frac{4\pi}{8}=\frac{\pi}{2} \to 2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x=\frac{3\pi}{4} \to x=\frac{3\pi}{8}=C$

$S=\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{2}\times 1=\frac{\pi}{4}$

$\tan(2x-\frac{\pi}{4})=0=\tan-\frac{\pi}{2}$

$2x-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x=-\frac{\pi}{4} \to x=-\frac{\pi}{8}=A$

یا می‌تونیم با دوره تناوب AC رو بدست بیاریم $\Rightarrow \frac{\pi}{|2|}$

۲- $(\sin)\alpha - \frac{1}{4}\cos^2\alpha=0$ x^2 برابر $\frac{2}{3}$ باشد، $1+\tan^2\alpha$ ؟

$\frac{4}{9}-\frac{2}{3}\sin\alpha-\frac{1}{4}(1-\sin^2\alpha)=0$

۱٫۵

$\frac{1}{4}\sin^2\alpha-\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{7}{36}=0 \qquad \Delta=\frac{4}{9}-4(\frac{1}{4})(\frac{7}{36})=\frac{9}{36}$

دقت کن دختر!

$\sin\alpha=\dfrac{-\frac{2}{3}\pm\frac{3}{9}}{\frac{2}{4}}=\cancel{4}, \frac{1}{3} \checkmark \Rightarrow \cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$

$\dfrac{-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=-\frac{1}{3}$

$\cos^2\alpha=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\frac{5}{9}}=\frac{9}{5}$

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{9}{8}$

۳- $\log(\sin\alpha)-\log(-\cos\alpha)=\log^3$ برقرار باشد $\sin\alpha-\cos\alpha$ ؟

۲

$\frac{3}{\sqrt{10}}-(-\frac{1}{\sqrt{10}})=\frac{4}{\sqrt{10}}$

$\log^{\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha}}=\log^3$

$-\tan\alpha=3$

$\tan\alpha=-3$

$\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}$

$-\cos\alpha>0 \quad \cos\alpha=\frac{-1}{\sqrt{10}}$

۴- اگر $\sin^4\theta+\cos^2\theta=\frac{4}{5}$ باشد، حاصل $\cos^4\theta+\sin^2\theta$ ؟

۲

$\sin^2=t$ $\quad$ $t^2+y=\frac{4}{5}$ $\quad$ $t+y=1$ $\quad$ $t^2+1-t=\frac{4}{5}$ ✗

$\cos^2=y$ $\quad\quad\quad\quad$ $y=1-t$

$y^2+t=?$

$(1-t)^2+t=t^2+1-2t+t=t^2-t+1 \xRightarrow{\times} \frac{4}{5}$

۵- اگر $\frac{3\sin x+\sin x\cos x}{2-2\cos^2 x}<0$ و $\sin x\tan x-\frac{1}{\cos x}>0$ باشد، انتهای کمان مثلثاتی x در کدام ناحیه است؟ $(\sin x,\cos x\neq 0)$

۱/۵

$2-2\cos^2 x \rightarrow 2(1-\cos^2 x)$

$\tan x = \frac{\sin}{\cos}$

$\frac{\overbrace{\cancel{\sin^2 x}-1}^{-}}{\underbrace{\cos x}}>0$ $\quad$ $\frac{-\cos^2 x}{\cos x}$

$1-\sin^2 x=\cos^2 x$

$\sin^2 x-1=-\cos^2 x$

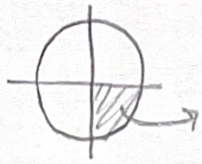
$-\cos x>0 \rightarrow \cos x<0$

$\cos x>0$

$\frac{\overbrace{\sin x}^{-}\overbrace{(3+\cos x)}^{+}}{2\cdot\underbrace{\sin^2 x}_{+}}<0$

$\sin x<0$

ناحیه ~~۴~~ سوم



$\sin x<0$

$\cos x>0$

۶- اگر $\frac{2}{\sin x}+\frac{3}{\cos x}=0$ باشد، حاصل $\tan x+\cot x$ ؟ $(\sin x,\cos x\neq 0)$

۲

$2\cos x+3\sin x=0$

$\xrightarrow{\div\cos x}$ $2+3\tan x=0$

$\tan x=-\frac{2}{3}$

$\cot x=-\frac{3}{2}$

$-\frac{2}{3}-\frac{3}{2}=\frac{-4-9}{6}=\frac{-13}{6}$

5

$\frac{(3+\cos x)\sin x}{2(1-\cos^2 x)}=\frac{(3+\cos x)\cancel{\sin x}}{2\sin^{\cancel{2}} x}=\frac{\overbrace{3+\cos x}^{\text{همواره } +}}{2\sin x}<0 \rightarrow \sin x<0$

$\sin x\times\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{1}{\cos x}=\frac{-(1-\sin^2 x)}{\cos x}=\frac{-\cos^2 x}{\cos x}>0 \rightarrow \cos x<0$

انتهای کمان x در ناحیه سوم مثلثات است

سارا عبدالهی

۷- حاصل عبارت $\dfrac{\sqrt{1+\sin 50}}{\underbrace{\sin 50}_{\sin(30+20)} + \underbrace{\sin 10}_{\sin(30-20)}}$ ؟

$\sqrt{1+\cos 40} = 2\cos^2 20$

2

$$\frac{\sqrt{2}\,|\cos 20|}{\underbrace{\sin 30\cos 20+\cancel{\cos 30\sin 20}+\sin 30\cos 20}_{\cancel{2\sin 30}\cos 20}-\cancel{\cos 30\sin 20}} = \frac{\sqrt{2}\cos 20}{\cos 20} = \sqrt{2}$$

۸- حاصل عبارت $(\underbrace{1-2\sin^2 5}_{\cos 10})(\underbrace{2\cos^2 10-1}_{\cos 20})(\underbrace{\frac{1-\tan^2 20}{1+\tan^2 20}}_{\cos 40})$ را برحسب نسبت‌های مثلثاتی از زاویه 10° بیابید.

$\times\dfrac{\sin 10}{\sin 10}$

$\frac{1}{2}\sin 20$

$\frac{1}{4}\sin 40$

$\frac{1}{8}\sin 80$

2

$$\longrightarrow \frac{\frac{1}{8}\sin 80}{\sin 10} = \frac{\frac{1}{8}\cos 10}{\sin 10} = \frac{1}{8}\cot 10$$

$\sin\alpha = 2 - 3\cos\alpha$

۹- اگر $\sin\alpha + 3\cos\alpha = 2$ باشد، حاصل $5\cos 2\alpha - 12\cos\alpha$?

$\sin^2\alpha + 9\cos^2\alpha + 6\sin\alpha\cos\alpha = 4$

$\sin^2\alpha \to 1 - \cos^2\alpha$, $\sin\alpha \to (2 - 3\cos\alpha)$

2

$-10\cos^2\alpha + 12\cos\alpha = 3$

$10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha = -3$

$\xrightarrow[\text{دوطرف}]{-5} -8$

$5(2\cos^2\alpha - 1) - 12\cos\alpha =$

$10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha - 5 = ?$

$\Longrightarrow -8$

۱۰- در مثلث ABC اگر $\sin\hat{B}\,\sin\hat{C} = \cos^2\frac{\hat{A}}{2}$ و $\hat{B} = 72^\circ$ زاویه $\hat{A}$ ؟

$\hat{C} = ((A+72^\circ)-72^\circ)$

$\sin 72 \times \underbrace{\sin(108 - A)}_{\sin(A+72)} = \frac{\cos A + 1}{2} \Rightarrow 2\sin 72 \cdot \sin(A+72) =$

$\cos(A+72)\cos 72 + \sin(A+72)\sin 72 + 1$

2

$* \ \sin(A+72) = a$

$\cos(A+72) = b$

$2\sin 72 \cdot a = 1 + (a\cos 72 + b\sin 72)$

$\to a\sin 72 = 1 + b\cos 72$

$\sin 72 = \frac{1 + b\cos 72}{2}$

$\sin^2 72 + \cos^2 72 = 1 \xrightarrow{\times \sin^2 72} (1 + b\cos 72)^2 + b^2\sin^2 72 = \sin^2 72$

$(b + \cos 72)^2 = 0$

$* \longrightarrow b = \cos(A+72) = -\underbrace{\cos 72}_{-\cos 108} = \cos 108 \longrightarrow A + 72 = 108$

$a = 36^\circ$