گروه دوازدهم سه شنبه ها D

هانیه زهرا شفیعی / تکلیف ۱۵

۱) در دو نقطه A و C تانژانت تعریف نشده می باشد ، در $\tan x$ به ازای $\frac{\pi}{2}$ و $-\frac{\pi}{2}$ نقاطی بوده که آن را تعریف نشده می کرد

حالا باید ببینیم این دو نقطه به ازای تغییرات به چه نقاطی تبدیل شده اند:

$-2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2} \to x=\frac{-\pi}{8}$

$-2x+\frac{\pi}{4}=\frac{-\pi}{2} \to x=\frac{3\pi}{8}$

طول قاعده ما $=\frac{4\pi}{8}=\frac{\pi}{2}$

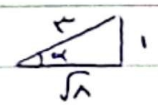
$B(0,y) \to \tan(\frac{\pi}{4})=1=y \to$ طول ارتفاع

$\to S_\Delta=\frac{1}{2}\times$ قاعده $\times$ ارتفاع $=\frac{\pi}{4}$

۲) $x^2-(\sin\alpha)x-\frac{1}{4}\cos^2\alpha=0 \xrightarrow{\frac{2}{3}\ \text{ریشه}} \frac{4}{9}-\frac{2}{3}\sin\alpha-\frac{1}{4}(1-\sin^2\alpha)=0$

$\frac{\sin^2\alpha}{4}-\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{4}{9}-\frac{1}{4}=0 \xrightarrow[\text{در ۳۶ ضرب می کنیم}]{\text{کل عبارت}} 9\sin^2\alpha-24\sin\alpha+7=0$

$(3\sin\alpha-1)(3\sin\alpha-7)=0 \to \sin x=\frac{1}{3}$ قابل قبول $\to$



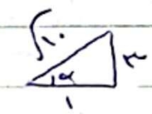
$\to \tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{8}}$

$\to \sin x=\frac{7}{3}$ غیرقابل قبول

$1+\tan^2\alpha=\frac{9}{8}$

۳) $\log\sin\alpha-\log(-\cos\alpha)=\log 3 \to \log\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha}=\log 3$

$\to \frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha}=3 \to \sin\alpha=-3\cos\alpha \xrightarrow{\div\cos\alpha} \tan\alpha=-3 \to$



می دانیم $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ مختلف العلامت هستند اما اینکه کدامشان + بوده است را از log ها می توانیم تشخیص بدهیم

$(\log\sin\alpha \ , \ \sin\alpha>0 \qquad \log(-\cos\alpha) \ , \ -\cos\alpha>0 \to \cos\alpha<0$

$\to \sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}} \ , \ \cos\alpha=\frac{-1}{\sqrt{10}} \qquad \sin\alpha-\cos\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}-(\frac{-1}{\sqrt{10}})=\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

۴. $\sin^4x+\cos^2x=\frac{4}{5} \to \sin^4+1-\sin^2x=\frac{4}{5} \to \sin^2x(\sin^2x-1)=\frac{-1}{5} \to \sin^2x\cos^2x=\frac{1}{5}$

$\cos^4x+\sin^2x=\cos^4x+1-\cos^2x=\cos^2x(\overbrace{\cos^2x-1}^{-\sin^2x})+1=-\sin^2x\cos^2x+1=\frac{-1}{5}+1=\frac{4}{5}$

۵. $\frac{\sin x(\overbrace{3+\cos x}^{\text{همواره مثبت}})}{2(1-\cos^2x)}<0 \to \frac{\sin x}{\underbrace{2\sin^2x}_{\text{همواره مثبت}}}<0 \to \sin x<0$

$\frac{\sin^2x}{\cos x}-\frac{1}{\cos x}>0 \to \frac{\sin^2x-1}{\cos x}>0 \to \frac{\overbrace{-\cos^2x}^{\text{صورت همواره منفی}}}{\cos x}>0 \to \cos x<0$

در ربع سوم دایره مثلثاتی بوده است.

$$\frac{2}{\sin x}+\frac{3}{\cos x}=0 \xrightarrow{\times \sin x\cos x} 2\cos x+3\sin x=0 \xrightarrow{\div \cos x} 2+3\tan x=0$$.۶

$$\rightarrow \tan x=\frac{-2}{3} \quad , \cot x=\frac{-3}{2} \qquad \tan x+\cot x=\frac{-2}{3}-\frac{3}{2}=\frac{-13}{6}$$

$$\underbrace{\sin^2 25+\cos^2 25}_{1}+2\sin 25\cos 25=1+\sin 50$$.۷

$$\rightarrow 1+\sin 50=(\sin 25+\cos 25)^2 \rightsquigarrow \sqrt{1+\sin 50}=\sin 25+\cos 25$$: صورت عبارت

$$\frac{\sin(45-20)+\cos(45-20)}{\sin(30+20)+\sin(30-20)}=\frac{\sin 45\cos 20-\cancel{\sin 20\cos 45}+\cos 45\cos 20+\cancel{\sin 45\sin 20}}{\sin 30\cos 20+\cancel{\sin 20\cos 30}+\sin 30\cos 20-\cancel{\sin 20\cos 30}}\rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{2}\cancel{\cos 20}}{2\times \sin 30\times \cancel{\cos 20}}=\frac{\sqrt{2}}{2\times\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$$

$$\left(1-2\sin^2 5\right)\left(2\cos^2 10-1\right)\left(\frac{1-\tan^2 20}{1+\tan^2 20}\right)$$ (۸

$$\cos 10\,(\cos 20)\times\cos 40 \xrightarrow{\times\frac{\sin 10}{\sin 10}} \frac{\boxed{\sin 10\times\cos 10}\times\cos 20\times\cos 40}{\sin 10}=$$

$$\rightarrow \frac{\boxed{\sin 20\times\cos 20}\times\cos 40}{\sin 10\times 2}=\frac{\sin 40\times\cos 40}{\sin 10\times 4}=\frac{\sin 80}{\sin 10\times 8}=\frac{\cos 10}{\sin 10\times 8}=\frac{1}{8}\times\cot 10$$

$$5\cos 2\alpha-12\cos\alpha=5(2\cos^2\alpha-1)-12\cos\alpha=10\cos^2\alpha-12\cos\alpha-5$$ (۹

$$\sin\alpha+3\cos\alpha=2\rightarrow\sin\alpha=2-3\cos\alpha\rightsquigarrow\sin^2\alpha=9\cos^2\alpha-12\cos\alpha+4$$

$$\rightarrow 1-\cos^2\alpha=9\cos^2\alpha-12\cos\alpha+4\rightsquigarrow 10\cos^2\alpha-12\cos+3=0\xrightarrow{-8}10\cos^2\alpha-12\cos\alpha-5=-8$$

.۱۰

$$\sin B\times\sin C=\cos^2\frac{A}{2}\rightsquigarrow\sin B\times\sin C=\frac{1+\cos A}{2}\xrightarrow{\cos A=\cos(180-(B+C))}$$

$$2\sin(B)\times\sin C=1-\cos(B+C)\rightsquigarrow 2\sin B\sin C=1-\cos B\cos C+\sin B\sin C$$

$$\sin B\sin C+\cos B\cos C=1\rightsquigarrow\cos(B-C)=1\rightarrow B-C=0\xrightarrow{B=72}C=72$$

$$A=180-(72+72)=36$$