آمادگی‌ها - تکلیف ۱۵

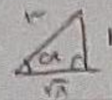
۱۸

1- $x=0 \to \tan(\frac{\pi}{4})=1 \Rightarrow B|1$ ۲. $\frac{\pi}{1-21}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow AC=\frac{\pi}{2}$ ۲ $S_{ABC}=\frac{AC\times B}{2}=\frac{\frac{\pi}{2}\times1}{2}=\frac{\pi}{4}$

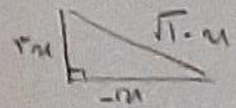
2- $x^2-(\sin a)x-\frac14\cos^2 a=0$ $(\frac23,0) \to \frac49-\frac23\sin a-\frac14\underbrace{\cos^2 a}_{1-\sin^2 a}=0 \Rightarrow \frac14\sin^2 a-\frac23\sin a+\frac{7}{36}=0 \xrightarrow{\times36}$

$9\sin^2 a-24\sin a+7=0 \rightsquigarrow \sin^2 a-24\sin a+63=0 \to (\sin a-21)(\sin a-3)=0$ $\to \sin a=\frac13$ ، $\sin a=\frac73$ غ ق ق

$1+\tan^2 a=\frac{1}{\cos^2 a} \Rightarrow \frac{1}{(\frac{\sqrt8}{3})^2}=\frac98$



3- $\log\sin a-\log(-\cos a)=\log\frac{\sin a}{-\cos a}=\log 3 \Rightarrow -\tan a=3$



$\underset{\frac{3}{\sqrt{10}}}{\sin x}-\underset{-\frac{1}{\sqrt{10}}}{\cos x}=\frac{4}{\sqrt{10}}$ ۲

* توجه داریم که طبق شرط دامنه ($\sin a>0$, $\underbrace{-\cos a>0}_{\cos a<0}$) : sin را مثبت، cos را منفی در نظر بگیریم

4- $\cos^4\theta=1-\sin^4\theta \Rightarrow \sin^4\theta-\sin^2\theta+1=\frac45 \xrightarrow{\sin^2\theta=t} t^2-t+\frac15=0 \xrightarrow{\Delta} t=\frac{1\pm\sqrt{1-\frac45}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{\frac15}}{2}$

$t_1=\frac{1-\sqrt{\frac15}}{2} \xrightarrow{\cos^2 a=1-\sin^2 a} \cos^2 a=\frac{1-\sqrt{\frac15}}{2} \Rightarrow \cos^4 a=\frac{1+\frac15-\frac{2}{\sqrt5}}{4}=\frac{6-2\sqrt5}{20} \xrightarrow{+\sin^4\theta} \frac{6-2\sqrt5}{20}+\frac{10+2\sqrt5}{20}=\frac45$

$t_2=\frac{1-\sqrt{\frac15}}{2} \xrightarrow{\cos^2 a=1-\sin^2 a} \cos^2 a=\frac{1+\sqrt{\frac15}}{2} \Rightarrow \cos^4 a=\frac{1+\frac15+\frac{2}{\sqrt5}}{4}=\frac{6+2\sqrt5}{20} \xrightarrow{+\sin^4\theta} \frac{6+2\sqrt5}{20}+\frac{10-2\sqrt5}{20}=\frac45$

در هر صورت جواب نهایی $\frac45$ خواهد بود.

5- $\frac{\sin x(3+\cos x)}{2\underbrace{(1-\cos^2 x)}_{\sin^2 x}}<0 \xrightarrow[-1\le\cos x\le1]{\sin^2 x>0} \sin x<0$ (I)

$\sin x\times\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{1}{\cos x}>0 \Rightarrow \frac{\sin^2 x-1}{\cos x}>0 \to -\cos x>0 \to \cos x<0$ (II)

$\xrightarrow{I, II}$ ناحیه سوم

۲

6- $\frac{2\cos x+3\sin x}{\sin x\cos x}=0 \xrightarrow{\sin x,\cos x\neq0} 2\cos x+3\sin x=0 \Rightarrow \cos x=-\frac{3\sin x}{2} \rightsquigarrow \cos^2 x+\sin^2 x=1$

$\frac94\sin^2 x+\sin^2 x=1 \Rightarrow \frac{13}{4}\sin^2 x=1 \Rightarrow \sin^2 x=\frac{4}{13} \xrightarrow[\sin x>0]{\text{فرض می‌کنیم}} \sin x=\frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \cos x=\frac{-3\times2}{2\times\sqrt{13}}=\frac{-3}{\sqrt{13}}$

$\tan x+\cot x=\frac{1}{\sin x\cos x}=\frac{1}{\frac{2}{\sqrt{13}}\times\frac{-3}{\sqrt{13}}} \Rightarrow \frac{13}{-6}$

۲

7- صورت: $\sin 50=\cos 40 \Rightarrow 1+\cos 40=2\cos^2 20 \Rightarrow \sqrt{2\cos^2 20}=\sqrt2\cos 20$

$\sin 50+\sin 10=2\underbrace{\sin 30}_{\frac12}\cos 20 \Rightarrow \sin 50+\sin 10=\cos 20$

عبارت: $\frac{\sqrt2\cos 20}{\cos 20}=\sqrt2$

۲

8. $1-۲\sin^{۲}\alpha=\cos ۲\alpha \Rightarrow 1-۲\sin^{۲}۵=\cos ۱۰$ $\quad ۲\cos^{۲}\alpha-1=\cos ۲\alpha \Rightarrow ۲\cos^{۲}۱۰-1=\cos ۲۰$ $\quad \frac{1-\tan^{۲}\alpha}{1+\tan^{۲}\alpha}=\cos ۲\alpha$

$\Rightarrow \frac{1-\tan^{۲}۲۰}{1+\tan^{۲}۲۰}=\cos ۴۰$ $\quad \Rightarrow \underbrace{\underbrace{\underbrace{(\times \sin ۱۰)\cos ۱۰}_{\frac{1}{۲}\sin ۲۰}\times\cos ۲۰}_{\frac{1}{۴}\sin ۴۰}\times\cos ۴۰}_{}$

$\frac{1}{۸}\sin ۸۰=\frac{1}{۸}\cos ۱۰ \xrightarrow{\div \sin ۱۰} \frac{1}{۸}\cot ۱۰$

۲

9. $\left.\begin{array}{l}\sin\alpha = y\\ \cos\alpha = x\end{array}\right\}\quad y + 3x = 2 \Rightarrow y = 2 - 3x$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow (2-3x)^2 + x^2 = 1$

$4 + 9x^2 - 12x + x^2 = 1 \Rightarrow 10x^2 - 12x + 3 = 0$ *

$5\cos 2\alpha - 12\cos\alpha = 5(2\cos^2\alpha - 1) - 12\cos\alpha = 5(2x^2 - 1) - 12x = \underbrace{10x^2 - 12x}_{-3} - 5 = -8$ 2

*

$\cos^۲\frac{A}{۲} = \frac{۱+\cos A}{۲} \rightarrow ۲\sin B\sin C = ۱+\cos\hat{A} \xrightarrow{A+B+C=\pi} A=\pi-(\hat{B}+\hat{C})$ ۱۰

$۱+\cos(\pi-(B+C)) = ۱-\cos(B+C) = ۲\sin B\sin C$

$۱-\cos B\cos C+\sin B\sin C = ۲\sin B\sin C \rightarrow \sin B\sin C+\cos B\cos C = 1$

$\cos(B-C)=۱ \rightarrow \begin{cases} B-C=0 \; \checkmark \\ B-C=۲\pi \; \times \text{ غق} \end{cases} \rightarrow B=C \rightarrow A=۱۸۰^\circ-۱۴۴^\circ=۳۶^\circ$

$B+C=۲B \quad (۲\times۷۲)$