یازدهم دختر - B   خورشید احمدی

---

۱)

$AC = T \rightsquigarrow \frac{\pi}{2} = T \Rightarrow \underbrace{AC = \frac{\pi}{2}}\ , \xrightarrow{x=0} \tan\frac{\pi}{4} = 1$

$\Rightarrow B\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{\pi}{2}\times 1\times\frac{1}{2} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$

---

۲)

$\xrightarrow{x=\frac{2}{3}} \frac{4}{9} - \frac{2}{3}\sin x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sin^2 = 0$

$\longrightarrow \frac{1}{4}\sin^2 x - \frac{2}{3}\sin x + \frac{1}{3} = 0 \longrightarrow 3\sin^2 x - 8\sin x + 4 = 0$

$\longrightarrow x = \frac{8\pm 4}{6} < \begin{matrix} 2\ \times \\ \frac{1}{3} \end{matrix} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow |\tan x| = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow 1+\tan^2 x = 1+\frac{1}{8} = \boxed{\frac{9}{8}}$

---

۳)

$\log(\sin\alpha) - \log(-\cos\alpha) = \log 3 \Rightarrow \tan\alpha = -3$

$\Rightarrow \sin\alpha = -3\cos\alpha \xrightarrow{\sin^2+\cos^2=1} \cos^2 = \frac{1}{10},\ \sin^2 = \frac{9}{10}$

$\xrightarrow{\text{دامنه لگاریتم}} \begin{cases}\sin\alpha > 0\\ \cos\alpha < 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}\\ \cos\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}\end{cases} \Rightarrow \sin\alpha - \cos\alpha$

$= \frac{4\sqrt{10}}{10} = \boxed{\frac{2\sqrt{10}}{5}}$

---

۴)

- $\sin^4\theta + \cos^2\theta = \frac{4}{5} \to \sin^4\theta + 1 - \sin^2\theta = \frac{4}{5} \to$

$\sin^2(\sin^2 - 1) = -\frac{1}{5} \to \underbrace{\sin^2\cos^2 = \frac{1}{5}}$

- $\cos^4\theta + \sin^2\theta = \cos^2(\cos^2 - 1) + 1 = -\sin^2\cos^2 + 1$

$= -\frac{1}{5} + 1 = \boxed{\frac{4}{5}}$

---

۵)

- $\underline{3\sin^2 + \sin x\cos x} \to \sin x(3 + \underbrace{\cos x}_{>0}) < 0 \to \underbrace{\sin x < 0}$

$2 - 2\cos^2 \longrightarrow$ همواره مثبت

$= 2\sin^2 \Rightarrow$

- $\frac{\sin^2}{\cos} > \frac{1}{\cos} \longrightarrow \cos x > 0$

ناحیه چهارم

۶)

(۱)

• $۲\cos x + ۳\sin x = ۰ \Rightarrow ۲\cos x = -۳\sin x$

$\Rightarrow \cos x = -\frac{۳}{۲}\sin x \xrightarrow{۱=\sin^۲+\cos^۲} \cos^۲ x = \frac{۹}{۱۳} , \sin^۲ x = \frac{۴}{۱۳}$

• $\tan x + \cot x = \frac{۲}{\sin ۲x} \to \frac{۱}{\sin x \cos x} = A , \xrightarrow{(۱)} A < ۰$

$\Rightarrow \frac{۱}{\sin x \cdot \cos x} = -\frac{\sqrt{۱۳}\cdot\sqrt{۱۳}}{۳ \cdot ۲} = \boxed{\frac{-۱۳}{۶}}$

---

۷)

$\frac{\sqrt{۱+\sin ۵۰}}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰} = \frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰}{\cos ۴۰ + \sin ۱۰}$ $\to = \cos(۳۰+۱۰) + \sin ۱۰ =$

$\frac{۱}{۲}(\sqrt{۳}\cos ۱۰ + ۳\sin ۱۰) = \frac{۱}{۲}(۲\sqrt{۳}\sin(۱۰+۶۰)) = \sqrt{۳}\sin ۷۰$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰}{\sqrt{۳}\sin ۷۰} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \frac{\cancel{\cos ۲۰}}{\cancel{\cos ۲۰}} = \boxed{\frac{\sqrt{۶}}{۳}}$

---

۸)

$(\cos ۱۰)(\cos ۴۰)(\cos ۴۰) = \cos ۱۰ \cdot \cos^۲ ۴۰$

$= \cos ۱۰ \cdot \frac{۱+\cos ۸۰}{۲} = \cos ۱۰ \cdot \frac{۱+\sin ۱۰}{۲} = \frac{\cos ۱۰ + \cos ۱۰ \sin ۱۰}{۲}$

---

۹)

• $\sin\alpha = ۲ - ۳\cos\alpha \xrightarrow{\sin^۲+\cos^۲=۱} ۴ + ۹\cos^۲\alpha - ۱۲\cos\alpha + \cos^۲ = ۱$

$\underbrace{۱۰\cos^۲\alpha - ۱۲\cos\alpha + ۳ = ۰}$

• $۵\cos ۲\alpha - ۱۲\cos\alpha = ۵(۲\cos^۲\alpha - ۱) - ۱۲\cos\alpha =$

$۱۰\cos^۲\alpha - ۱۲\cos\alpha - ۵ + ۳ - ۳ = \boxed{-۸}$

---

۱۰)

$\frac{\cos(B-C) - \cos(B+C)}{۲} = \sin B \cdot \sin C$

$\cos(B-C) - \cos(B+C) = \cos^۲\frac{A}{۲} \xrightarrow[\frac{۱+\cos A}{۲}=\cos^۲\frac{A}{۲}]{B+C=۱۸۰-A} \cos(B-C) + \cancel{\cos A} = ۱ + \cancel{\cos A}$

$\cos(B-C) = ۱ \Rightarrow B-C = ۰ \xrightarrow{B=۷۲} C = ۷۲ \Rightarrow \boxed{A = ۳۶^\circ}$