کیمیا امیری نیا

۲۰ آفرین !!

(۱)

$AB = OB - OA = OB - ۱ \qquad \tan \hat{O}_۱ = \cot(۹۰ - \hat{O}_۱) = \cot\alpha$

$OB = \sqrt{OT^۲ + BT^۲} = \sqrt{۱ + \tan^۲ \hat{O}_۱} = \sqrt{۱ + \cot^۲\alpha} = \sqrt{\frac{۱}{\sin^۲\alpha}} = \frac{۱}{\sin\alpha}$

۲

$AB = \frac{۱}{\sin\alpha} - ۱ = \boxed{\frac{۱ - \sin\alpha}{\sin\alpha}}$ ✓

---

(۲) ۲

قضیه سینوس ها در $\overset{\triangle}{ABD}$: $\frac{\cancel{A}BD}{\sin ۴۵^\circ} = \frac{AB}{\sin(۱۸۰ - \alpha)} = \frac{۶}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \longrightarrow \frac{AB}{\sin\alpha} = ۶\sqrt{۲}$

$\sin(۱۸۰-\alpha) \to \sin\alpha$

قضیه سینوس ها در $\overset{\triangle}{ADC}$: $\frac{DC}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{۳}{\frac{۱}{۲}} \longrightarrow \frac{AC}{\sin\alpha} = ۶$

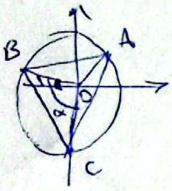
$\div \quad \frac{AB}{AC} = \frac{۶\sqrt{۲}}{۶} = \boxed{\sqrt{۲}}$ ✓

---

(۳)

$A(\frac{۱}{۲}, \frac{\sqrt{۳}}{۲}) \qquad B(\frac{\sqrt{۳}}{۲}, \frac{۱}{۲}) \qquad C(۰, -۱)$

۲



$\hat{O}_۱ = ۳۰^\circ \qquad \alpha = ۹۰ + ۳۰ = ۱۲۰^\circ \longrightarrow \overset{\frown}{BC} = ۱۲۰^\circ$

محاطی $\hat{A} = \frac{۱}{۲} \times ۱۲۰^\circ = ۶۰^\circ$

$AB = \sqrt{(\frac{\sqrt{۳}+۱}{۲})^۲ + (\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲})^۲} = \sqrt{۲}$

$AC = \sqrt{(\frac{۱}{۲})^۲ + (\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲})^۲} = \sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

$BC = \sqrt{(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ + (\frac{۳}{۲})^۲} = \sqrt{۳}$

الف)

$S = \frac{AB \times AC \times \sin\hat{A}}{۲} = \frac{\sqrt{۲} \times \sqrt{\sqrt{۳}+۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۱ + \sqrt{۳})$ ✓

ب)

محیط $۲P = \sqrt{۲} + \sqrt{۳} + \sqrt{۲ + \sqrt{۳}}$ ✓

---

(۴)

$S = \frac{۱}{۲} \times AC \times AB \times \sin ۳۰^\circ \xrightarrow{} \frac{۱}{۲} = \underbrace{\frac{۱}{۴} \log_۳ ۱۶} \log_۲ ۲۷^{\to ۳^۳} = \underbrace{\log_۳ ۲ \times ۳ \log_۲ ۳}_{=۱} = \boxed{۳}$ ✓

۲

---

(۵)

$x - \cos\alpha = ۰ \longrightarrow x = \cos\alpha$

$۲\cos^۴\alpha - \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha(۲\sin^۲\alpha - ۱) = ۱ \longrightarrow \cos^۲\alpha(\underbrace{\cancel{۲\cos^۲\alpha - ۱}}_{\cos ۲\alpha}) - \sin^۲(\underbrace{\cancel{۲\sin^۲\alpha - ۱}}_{-\cos ۲\alpha}) = ۱$

$\longrightarrow \cos ۲\alpha(\underbrace{\cancel{\cos^۲\alpha + \sin^۲\alpha}}_{۱}) = \boxed{\cos ۲\alpha = ۱}$

۲

✓

$\sin ۲\alpha = \sqrt{۱ - \cos^۲ ۲\alpha} = \sqrt{۱ - ۱} = \boxed{۰}$

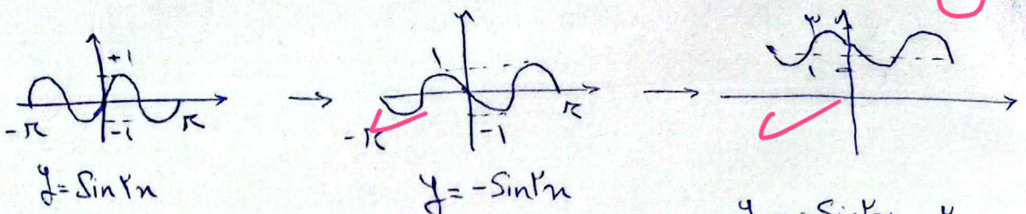
(۴)

الف) $y=-۲\sin x\cos x+۲ \quad [-\pi,\pi]$

۲

$y=-\sin ۲x+۲$

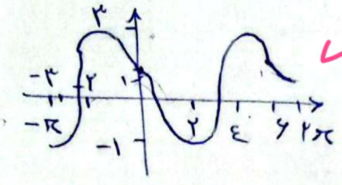
$T=\frac{۲\pi}{|۲|}=\pi$



$y=\sin ۲x$ $\quad$ $y=-\sin ۲x$ $\quad$ $y=-\sin ۲x+۲$

ب) $y=۲\cos(x+\frac{۱}{۲})\pi+۱=۲\cos(\frac{\pi x}{}+\frac{\pi}{۲})+۱=-۲\sin(\pi x)+۱ \quad [-\pi,۲\pi]$

$T=\frac{۲\pi}{|\pi|}=۲$

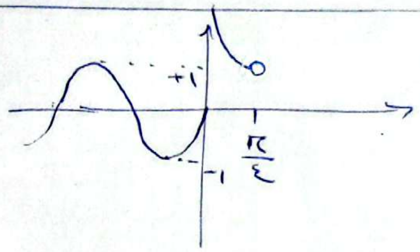


$y=-۲\sin \pi x+۱$

---

(۷)

$$f(x)=\begin{cases}\cot x & ; 0<x<\frac{\pi}{۴}\\ \sin x & ; x\le 0\end{cases}$$



$R_f=[-۱,+\infty)$

۲

$\cot\frac{\pi}{۴}=۱$

$\lim_{x\to 0}\cot x=+\infty$

---

(۸)

$f(x)=a+b\underbrace{\sin(cx)\cos(cx)}\cos(۲cx)=a+\frac{b}{۲}\underbrace{\sin(۲cx)\cos(۲cx)}=a+\frac{b}{۴}\sin(۴cx)$

۲

$T=\frac{۲\pi}{۴c}=\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۱۰}=\frac{۲\pi}{۵}\longrightarrow ۴c=۵\rightarrow \boxed{c=\frac{۵}{۴}}$

$\max f(x)=۴$
$\min f(x)=0$ $\rightarrow\frac{0+۴}{۲}=۲\rightarrow\frac{b}{۴}=۲\rightarrow \boxed{b=۸}$

$\boxed{a=۲}$ $\quad$ $\frac{bc}{a}=\frac{۸\times\frac{۵}{۴}}{۲}=\boxed{۵}$

---

(۹)

$f(x)=a\cos bx+c$

$T=\frac{۲\pi}{b}=\pi\longrightarrow\boxed{b=۲}$

$\max f(x)=۲$
$\min f(x)=-۴$

$\frac{۲+۴}{۲}=۳\rightarrow\boxed{a=۳}\rightarrow\boxed{c=-۱}$

۲

$f(x)=۳\cos ۲x-۱=$ ~~[illegible]~~

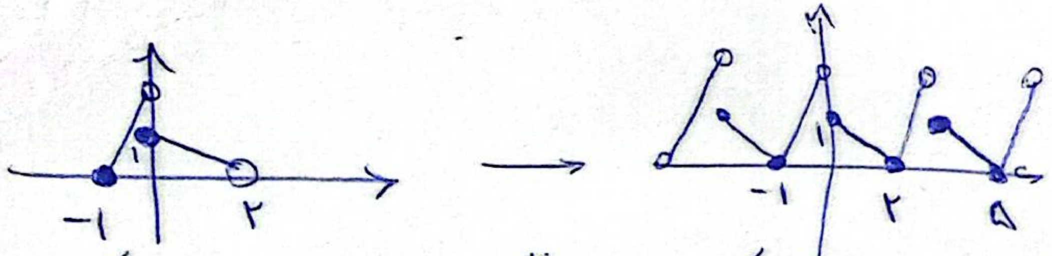
$۳\cos ۲\alpha-۱=0\rightarrow\cos ۲\alpha=\frac{۱}{۳}$

$|\sin ۲\alpha|=\sqrt{۱-\frac{۱}{۹}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

$|\tan ۲\alpha|=\frac{\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}}{\frac{۱}{۳}}=\boxed{۲\sqrt{۲}}$

⑩

②



چون دوره تناوب تابع ۳ است، $f(-۳۴٫۵)$ برابر با f هر x است که از $-۳۴٫۵$، ۳k بیشتر یا کمتر باشد.

$$f(-۳۴٫۵) = f(۱٫۵)$$

$$m = \frac{-۱}{۲} \rightarrow ۰ \leq x < ۲ \Rightarrow f(x) = \frac{-۱}{۲}x + ۱ \rightarrow f(۱٫۵) = \frac{-۱}{۲} \times \frac{۳}{۲} + ۱ = \frac{۱}{۴}$$

✓