نام: دینا احمدی   شماره تست: ۱۴   مقطع دوازدهم دختران B   ۲۰ آفرین !!

۲

$A\begin{vmatrix}\sin\alpha\\ \cos\alpha\end{vmatrix}\quad B\begin{vmatrix}1\\ \tan(90-\alpha)=\cot\alpha\end{vmatrix}$

$AB=\sqrt{(\cos\alpha-\cot\alpha)^2+(\sin\alpha-1)^2}=\frac{1}{\sin\alpha}\cdot(\sin\alpha-1)=\frac{\sin\alpha-1}{\sin\alpha}$

۲

۳

$\frac{AC}{\sin\alpha}=\frac{DC}{\sin 30}\to AC=\frac{3\cdot\sin\alpha}{\frac12}\qquad \frac{AB}{\sin(180-\alpha)}=\frac{BD}{\sin 45}\to AB=\frac{6\sin\alpha}{\frac{\sqrt2}{2}}\to\frac{AB}{AC}=\boxed{\sqrt2}$

۲

۳

الف) $A(\frac12,\frac{\sqrt3}{2})\quad B(-\frac{\sqrt3}{2},\frac12)\quad C(0,-1)\qquad \frac12\begin{vmatrix}\frac12&\frac{\sqrt3}{2}&1\\-\frac{\sqrt3}{2}&\frac12&1\\0&-1&1\end{vmatrix}=\frac{3+\sqrt3}{4}$

ب) $AB=\sqrt{(\frac12-(-\frac{\sqrt3}{2}))^2+(\frac{\sqrt3}{2}-\frac12)^2}=\sqrt2\qquad BC=\sqrt{(-\frac{\sqrt3}{2}-0)^2+(\frac12-(-1))^2}=\sqrt3$

$AC=\sqrt{(\frac12-0)^2+(\frac{\sqrt3}{2}-(-1))^2}=\sqrt{2+\sqrt3}\to P=\sqrt2+\sqrt3+\sqrt{2+\sqrt3}$

۲

۴

$S=\frac12 AC\cdot AB\sin 30=\frac12\times\log_9 16\times\log_2 27=\frac14\,4\log_3 2\times 3\log_2 3=3\log_3 2\times\frac{1}{\log_3 2}=\boxed{3}$

۲

۵

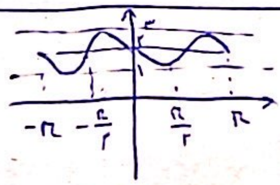
$f(\cos\alpha)=1\to 2\cos^4\alpha-\cos^2\alpha-\sin^2\alpha(2\sin^2\alpha-1)=\cos^2\alpha(\underbrace{2\cos^2\alpha-1}_{\cos2\alpha})-\sin^2\alpha(\underbrace{2\sin^2\alpha-1}_{-\cos2\alpha})$

$\cos2\alpha(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=\cos2\alpha=1\to\boxed{\sin2\alpha=0}$

۲

۶

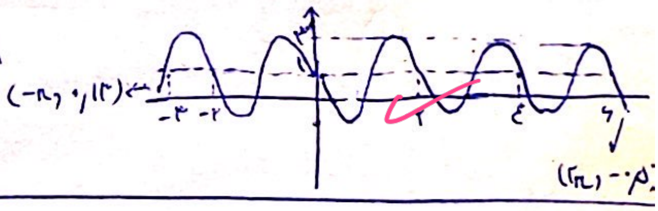
الف) $y=-\sin 2x+2\to T=\frac{2\pi}{2}=\pi\ ,\ \min y=1\ ,\ \max y=3$



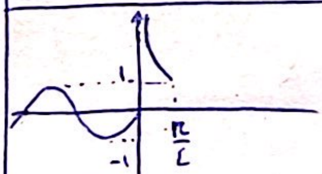
۲

ب) $y=2\cos(\pi x+\frac{\pi}{2})+1=-2\sin\pi x+1$

$T=\frac{2\pi}{\pi}=2\ ,\ \min y=-1\ ,\ \max y=3$



۷



$\to R=[-1,+\infty)$

۲

۸

$f(x)=a+b\sin(cx)\cos(cx)\cos(2cx)=a+\frac{b}{4}\sin 4cx\qquad T=\frac{2\pi}{5}=\frac{2\pi}{|4c|}\to c=\frac54$

$\left.\begin{array}{l}a+|\frac b4|=4\\ a-|\frac b4|=0\end{array}\right\}\to 2a=4\to a=2\ ,\ b=8\to\boxed{\frac{bc}{a}=5}$

۲

$$\left.\begin{array}{l} y_{max} = c + |a| = ۲ \\ y_{min} = c - |a| = -۴ \end{array}\right\} \rightarrow c = -۱ \,,\, a = -۳ \quad , \quad T = \pi = \frac{۲\pi}{|b|} \rightarrow b = ۲$$ (۹)

$$\sin ۲\alpha = \sqrt{۱ - \frac{۱}{۹}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$f(\alpha) = -۳\cos ۲\alpha - ۱ = ۰ \rightarrow \cos ۲\alpha = \frac{-۱}{۳} \rightarrow |\tan ۲\alpha| = \left|\frac{\sin ۲\alpha}{\sin ۲\alpha}\right| = \left|\frac{\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}}{\frac{-۱}{۳}}\right| = \boxed{۲\sqrt{۲}}$$

۲

$$f(-۲٫۵) = f(۱٫۵) \rightarrow f(x) = \begin{cases} -۱ \leq x \leq ۰ \rightarrow y = ۲x + ۲ \\ ۰ \leq x \leq ۲ \rightarrow y = \frac{-۱}{۲}x + ۱ \end{cases} \rightarrow f(۱٫۵) = \boxed{\frac{۱}{۴}}$$ (۱۰)

۲