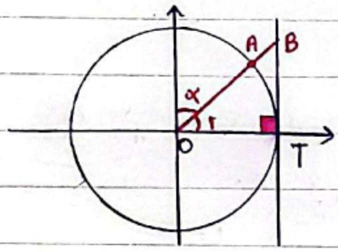
۱۹,۲۵ آذر ۱۱

عسل خبازیان تکلیف ۱۴ دوازدهم B

۲

۱_ اولا چون دایره مثلثاتیه پس R=1 بوده پس $\underline{1 = OA = OT}$ از طرفی BT بوده $\tan O_1$ و خب $\alpha + O_1 = 90$

پس $\underline{\cot\alpha = \tan O_1 = BT}$ حالا یه فیثاغورث بزنیم ببینیم OB چیه

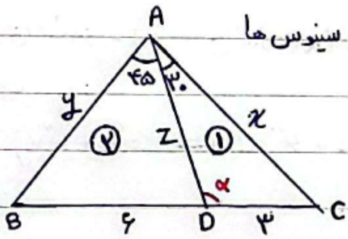


$$(OT)^2 + (TB)^2 = (OB)^2$$

$$\underbrace{1+\cot^2\alpha}_{\frac{1}{\sin^2\alpha}} = (OB)^2 \xrightarrow[\text{پس ...}]{\text{چون طول}} OB = \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$AB = OB - OA \longrightarrow AB = \frac{1}{\sin\alpha} - 1 \Rightarrow \boxed{\frac{1-\sin\alpha}{\sin\alpha}}$$ ساده‌تر نمیشه؟ خیر

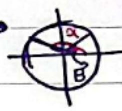
۲_ $\frac{AB}{AC} = ?$



قضیه سینوس‌ها $\longrightarrow \frac{\sin\hat A_1}{3} = \frac{\sin\hat\alpha}{x} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{\sin\hat\alpha}{x} \Rightarrow x = 6\sin\hat\alpha$

$$\frac{6}{\sin\hat A_2} = \frac{y}{\sin B} \Rightarrow \frac{6}{\frac{\sqrt2}{2}} = \frac{y}{\sin\hat B} \Rightarrow 6\sqrt2\sin\hat B = y = 6\sqrt2\sin\hat\alpha$$

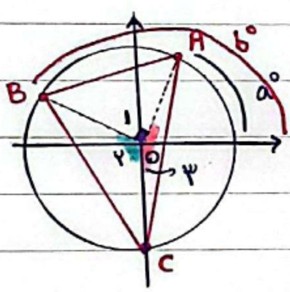
۲



$B+\alpha = 180 \Rightarrow \sin\alpha = \sin B$

$$\frac{y}{x} = \frac{6\sqrt2\sin\hat\alpha}{6\sin\hat\alpha} = \sqrt2$$

۳_



الف) $S_{A\hat BC} = ?$ شاید بپرسی چرا O_1 بوده ۹۰؟ خب چون طول A با عرض B برابره ($y_B = x_A$) یعنی $\sin b° = \cos a°$ پس متمم بودن اینم میشه $\hat O_1 = 180 - 90$ پس $O_1 = 90°$

$$OB = OA = R = 1 \xrightarrow{\text{فیثاغورث}} (AB)^2 = (OA)^2 + (OB)^2 \Rightarrow AB = \sqrt{1+1} = \sqrt2$$

۱,۵

از طرفی عرض B = $\frac12$ یعنی B بوده روی نقطه‌ها $b° = 150$ پس $O_2 = 270 - 150 = 120°$

$$1 = R = OC = BO \xrightarrow[\text{کسینوس‌ها}]{\text{قضیه}} (OB)^2 + (OC)^2 - 2(OB)(OC)\cos O_2 = (BC)^2 \Rightarrow BC = \sqrt{1+1+2\times\frac12} = \sqrt3$$

خود $\hat B$ هم روبرو به کمان AC هست که $90° + 60°$ بوده ($150°$) پس خود B بوده $75°$ (حالا بهش محاطی می‌گفتیم!)

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 75 = \frac{1-\cos150}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt3}{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2+\sqrt3}}{2} = \sin75$$

$$(AB)(BC)\times\sin75\times\frac12 = S\Delta = \frac{\sqrt2\times\sqrt{2-\sqrt3}\times\sqrt3}{4} = \frac{\sqrt{12+6\sqrt3}}{4} = \frac{|3+\sqrt3|}{4} = \frac{3+\sqrt3}{4}$$

قضیه کسینوس‌ها

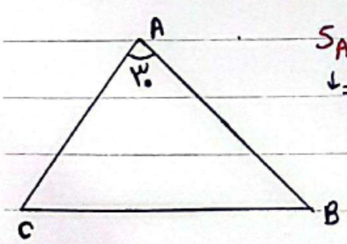
ب) $P_{A\hat BC} = ?$ $\cancel{BC=1}$ ، $\sqrt2 = AB$ $BC = \sqrt3$

$$(AC)^2 = (OA)^2 + (OC)^2 - 2(OA)(OC)\times\cos O_3 \quad 360-90-120=150$$

$$AC = \sqrt{1+1+\sqrt3} = \sqrt{2+\sqrt3}$$ محیطش منطقی نیست

$$\sqrt{2+\sqrt3} + \cancel{1} + \sqrt2 = P_{A\hat BC}$$ $\sqrt3$

۴_ $AB = \log_2^{27}$ $AC = \log_3^{16}$



$$S_{A\hat BC} = AB\times AC\times\frac12\times\sin30 = \frac14 AC\times BC$$

$AC = 4\log_3^2$ $BC = 3\log_2^3$ $BC\times AC = 4\times3\times\log_3^2\times\log_2^3$

$$\log_z^a = \log_b^a\times\log_c^b\ldots\log_z^y$$

این میشه ۱ از روی اونکه میگه چون بوده $1=\log_2^2$

$\Rightarrow S_{A\hat BC} = \frac14\times12 = 3$

۲

Date No

عسل حنازیان — تکلیف ۱۴ — دوازدهم دختر B

۵ -

$$f(x) = 2x^4 - x^2 - \sin^2(\alpha)(2\sin^2\alpha - 1) \xrightarrow[\text{از تله ای که حتی نمی دونم علتشو}]{\cos\alpha = x,\ 1 = y} 2\underbrace{\cos^4\alpha - \cos^2\alpha}_{\cos^2\alpha(2\cos^2\alpha - 1)} - \sin^2\alpha(\underbrace{2\sin^2\alpha - 1}_{-\cos 2\alpha})$$

$$\cancel{\cos^2 2\alpha} + \sin^2 2\alpha = 1 \quad \Leftarrow \quad 1 = \cos 2\alpha(\underbrace{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}_{1}) = \cos^2\alpha(\underbrace{2\cos^2\alpha - 1}_{\cos 2\alpha}) + \sin^2\alpha(\cos 2\alpha)$$

$1 \qquad \sin^2 2\alpha = 0$

$\sin 2\alpha = 0$

۶ - برای رسم نمودارها با یه تفاوت روبرو کنیم ضریب در min و max نوع تابع (sinα و cosα و ....) ضرب شه اگه جابجایی بالا و پایین یا چپ و راست شده باشه انتقال جابجا کنیم

الف) $-\underbrace{2\sin x\cos x}_{-\sin 2x} + 2 = y \quad [-\pi, \pi]$

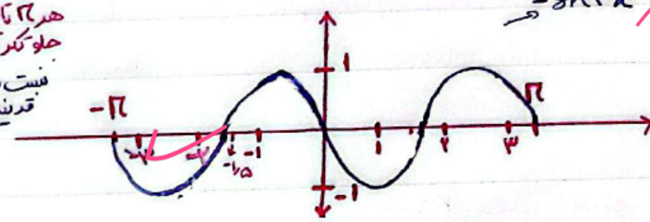
$2 - \sin 2x = y$

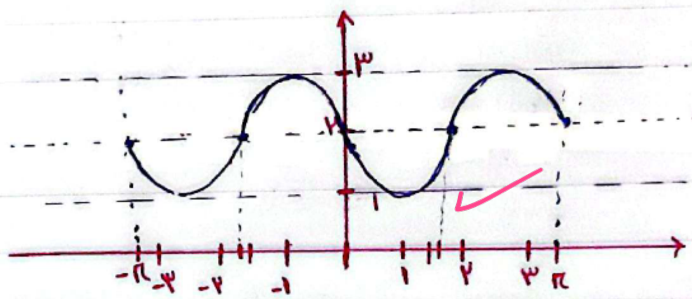
$\to T = \frac{2\pi}{b=2} = \pi$ → هر π تایی بریم جلو تکرار میشه نمودارمون

$\to a = -1$ → ضریب → نسبت به محور x قرینه میشه

$\to c = 2$ → جابجایی بالا پایینه

$-\sin 2x$





(I) آقا من اینو از بچه ها پرسیدم گفتن تو پرانتز ضرب شده من هم ۲ مدل مینویسم

(II) چون بیرون پرانتزه فکر کردم باید پخش بکنیم ضرب شه ولی هر ۲ مدل میزنم

ب) $2\underbrace{\cos\left(x + \frac{1}{2}\right)\pi}_{} + 1 = y \quad [-\pi, 2\pi]$

$2\underbrace{\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)}_{-\cos \pi x} + 1$

بررسی کردیم همون I فقط درسته

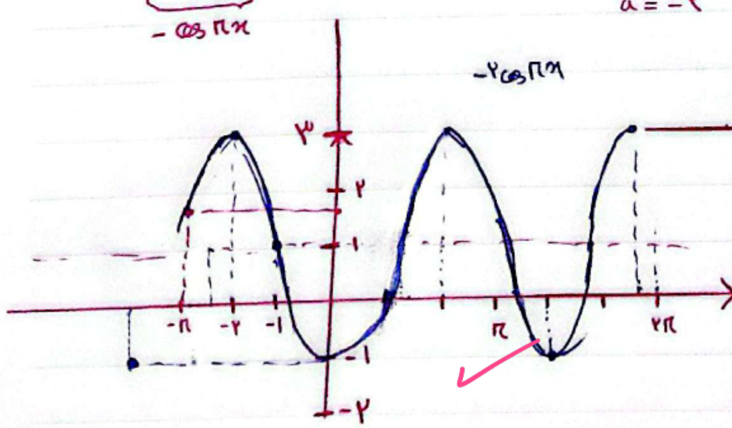
$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

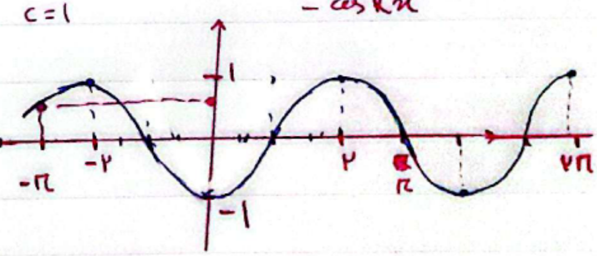
$a = -2 \qquad c = 1$

I

$-\cos \pi x$

$-2\cos \pi x$





یکم زیادی بدشکل شدن ببخشید

آفرین خیلی خوب شکل کشیدی!

dotnote

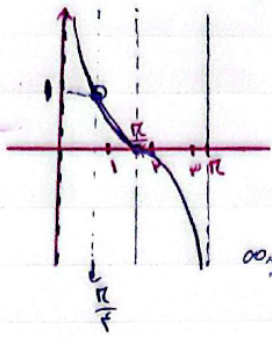
عسل خبازیان — تکلیف ۱۴ — دوازدهم دختر B

۷ـ حب اول نمودار cot x میکشیم توی بازه $(0, \pi)$

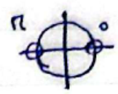
چون توی این بازه یه دوره کاملشو میده → پس میتونیم شکل بهتری داشته باشیم

(۲)

$$f(x)=\begin{cases}\cot x & ; 0<x<\frac{\pi}{2}\\ \sin x & ; x\le 0\end{cases}$$

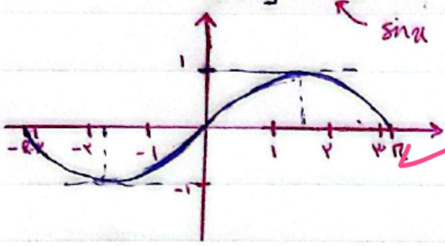


محدوده مجانب ها هم $\frac{\cos x}{\sin x}$ کسن یا باشه کسر یا $\sin x = 0$ در واقع جایی که به ∞ بره



$(1, +\infty)$ $\overset{\text{I}}{\leftarrow} \cot x$

$[-1, 1]$ $\overset{\text{II}}{\leftarrow} \sin x$



$\text{I} \cup \text{II} \Rightarrow [-1, +\infty)$

۸ـ فاصله ۲ تا قله بوده $\frac{4\pi}{10} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{b}$ ، $c>0$

(۲)

$f(x) = a + b\underbrace{\underbrace{\sin(cx)\cos(cx)}_{\frac{1}{2}\sin(2cx)}\cos(2cx)}_{\frac{1}{4}\sin(4cx)}$

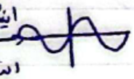
$\frac{bc}{a} = ?$

$\frac{8 \times \frac{5}{4}}{2} = 5$

$\frac{2\pi}{|b|} = T$

$\frac{2\pi}{4c} = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow |c| = \frac{5}{4}$ $\xrightarrow[\text{گفته } c>0]{\text{چون خودش}}$ $c = \frac{5}{4}$ که دو وال

$\sin x$ اینشکلیه



اینم همین مدلیه پس $b>0$ بوده

راه کتاب $a+|b| = max$ ، $a-|b| = min$

$a + |b\frac{1}{4}| = 4$

$a - |\frac{1}{4}b| = 0$

$a = 2$

$b = \pm 8$

۹ـ $f(x) = a\cos bx + c$ $\quad T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow$ $b = \pm 2$ فرقی نداره ۲ و میگیریم ($-\pi$ تا π میره)

(۲)

اگه $\cos \alpha$ عادی بود فاصله max و min ۲ بود الان ۶ عه پس ضریب cos بوده ۳ و منفیه چون نمودار cos قرینه شده

$\longrightarrow -3\cos 2x - 1 = y$

$-3\cos 2\alpha - 1 = 0 \rightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{-3}$

max یه واحد پایین تر از ۳ و min یه واحد پایین تر از ۳- بوده پس ۱- شده

$$\begin{cases} c+|a| = 2 \\ c-|a| = -4 \end{cases}$$

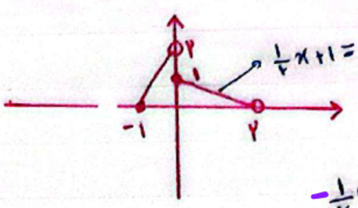
$|a| = +3 \quad c = -1$

$\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 1$

$\frac{1}{9} + \frac{8}{9} \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{\pm 2\sqrt{2}}{3}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \pm 2\sqrt{2} \xrightarrow[\text{داریم}]{\text{قدر مطلق}} 2\sqrt{2}$

۱۰ـ



$\frac{1}{2}x + 1 = y$

$T = 3$ یعنی از همین ۱- تا ۲ دوباره هی ۳ تا ۳ تا تکرار میشه

$f(-34{,}5) = ?$

(۱٫۷۵)

$-34{,}5 \;|\; 3$

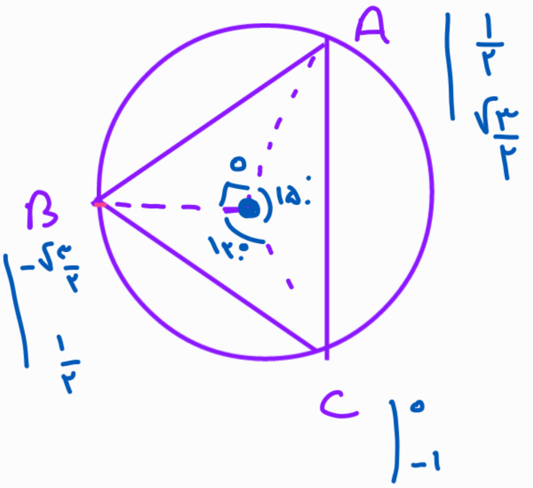
$+33 \quad -11$

$1{,}5$ ← یعنی $x = 1{,}5$ با ۱٫۵

$-\frac{1}{2} \times 1{,}5 + 1 = -\frac{3}{4} + 1 = \cancel{\frac{7}{4}}$ $\frac{1}{4}$

$f(-34{,}5) = f(-33 + 1{,}5) = f(3(-11) + 1{,}5) = f(1{,}5)$

$f(x)\begin{cases} -\frac{1}{2}x + 1 & ; 0 \le x \le 2 \\ 2x + 2 & ; -1 \le x < 0 \end{cases} \rightarrow f(1{,}5) = -\frac{1}{2}(\frac{3}{2}) + 1 = \frac{1}{4}$



$S_{AOC} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$S_{OAB} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$S_{OBC} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3+\sqrt{3}}{4}$

$BC^2 = 1^2 + 1^2 - 1 \times 1 \times 2 \times -\frac{1}{2} = 1+1+1 = 3 \longrightarrow BC = \sqrt{3}$

$AC^2 = 1^2 + 1^2 - 1 \times 1 \times 2 \times -\frac{\sqrt{3}}{2} = 1+1+\sqrt{3} \longrightarrow AC = \sqrt{2+\sqrt{3}}$

$AB^2 = 1^2 + 1^2 \longrightarrow AB = \sqrt{2}$

$P_{ABC} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$